

এস এস সি গণিত (আবশ্যিক)

অধ্যায়-১২: দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

প্রশ্ন ১ একটি সরল সমীকরণ জোট :

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ]

$$\begin{aligned} -7x + 8y &= 9 \\ 5x - 4y &= -3 \end{aligned}$$

- ক. সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ কিনা নির্ণয় কর।
খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে (x, y) এর মান নির্ণয় কর।
গ. নিচের এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণটির সমাধান সেট নির্ণয় কর :

$$\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$$

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $-7x + 8y = 9$

$$5x - 4y = -3$$

সমীকরণ জোট হতে পাই,

$$\frac{-7}{5} \neq \frac{8}{-4}$$

অতএব, সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ।

খ দেওয়া আছে, $-7x + 8y = 9$

$$5x - 4y = -3$$

$$\text{বা, } -7x + 8y - 9 = 0$$

$$5x - 4y + 3 = 0$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{8 \times 3 - (-4) \times (-9)} = \frac{y}{5 \times (-9) - (-7) \times 3}$$

$$= \frac{1}{(-7) \times (-4) - 5 \times 3}$$

$$\frac{x}{24 - 36} = \frac{y}{-45 + 21} = \frac{1}{28 - 40}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{12} = \frac{y}{24} = \frac{1}{12} \quad [-1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\text{এবং } \frac{y}{24} = \frac{1}{12}$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{12} \times 12$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{12} \times 24$$

$$\therefore x = 1$$

$$y = 2$$

\therefore নির্ণেয় মান $(x, y) = (1, 2)$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$

$$\text{বা, } \frac{x-a}{x-b} - 1 + \frac{x-b}{x-a} - 1 = \frac{a^2+b^2}{ab} - 2$$

$$\text{বা, } \frac{x-a-x+b}{x-b} + \frac{x-b-x+a}{x-a} = \frac{a^2+b^2-2ab}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{-a+b}{x-b} + \frac{a-b}{x-a} = \frac{(a-b)^2}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{-(a-b)}{x-b} + \frac{(a-b)}{x-a} = \frac{(a-b)^2}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{-1}{x-b} + \frac{1}{x-a} = \frac{a-b}{ab} \quad [(a-b) \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{-x+a+x-b}{(x-b)(x-a)} = \frac{a-b}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{(a-b)}{(x-b)(x-a)} = \frac{(a-b)}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x^2 - (a+b)x + ab} = \frac{1}{ab} \quad [(a-b) \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - (a+b)x + ab = ab \quad [\text{আড়াআড়িভাবে গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } x\{x - (a+b)\} + ab - ab = 0$$

$$\therefore x\{x - (a+b)\} = 0$$

$$\text{হয় } x = 0 \quad \text{অথবা, } x - (a+b) = 0$$

$$\therefore x = (a+b)$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান সেট = $\{0, (a+b)\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ২ কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোট গঠন কর।

খ. সমীকরণজোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত?

গ. সমীকরণজোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট :

$$1ম \text{ শর্তানুসারে, } \frac{x+7}{y} = 2 \dots \dots \dots (i)$$

$$2য় \text{ শর্তানুসারে, } \frac{x}{y-2} = 1 \dots \dots \dots (ii)$$

খ (i) নং সমীকরণ হতে পাই, $x + 7 = 2y$

$$\text{বা, } x - 2y + 7 = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$x = y - 2$$

$$\text{বা, } x - y + 2 = 0 \dots \dots \dots (iv)$$

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোটে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$x - 2y + 7 = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

$$x - y + 2 = 0 \dots \dots \dots (iv)$$

$$\therefore \frac{x}{(-2)2 - 7(-1)} = \frac{y}{7 \cdot 1 - 1 \cdot 2} = \frac{1}{1(-1) - 1 \cdot (-2)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4+7} = \frac{y}{7-2} = \frac{1}{-1+2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore y = 5$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 5)$

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \quad \text{Ans. } (3, 5), \frac{3}{5}$$

গ 'খ' হতে পাই প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$$x - 2y + 7 = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

$$x - y + 2 = 0 \dots \dots \dots (iv)$$

সমীকরণ (iii) নং থেকে পাই,

$$-2y = -7 - x$$

$$\therefore y = \frac{7+x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-3	3	5
y	2	5	6

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(-3, 2)$, $(3, 5)$, $(5, 6)$

আবার সমীকরণ (iv) নং থেকে পাই,

$$-y = -2 - x$$

$$\therefore y = 2 + x$$

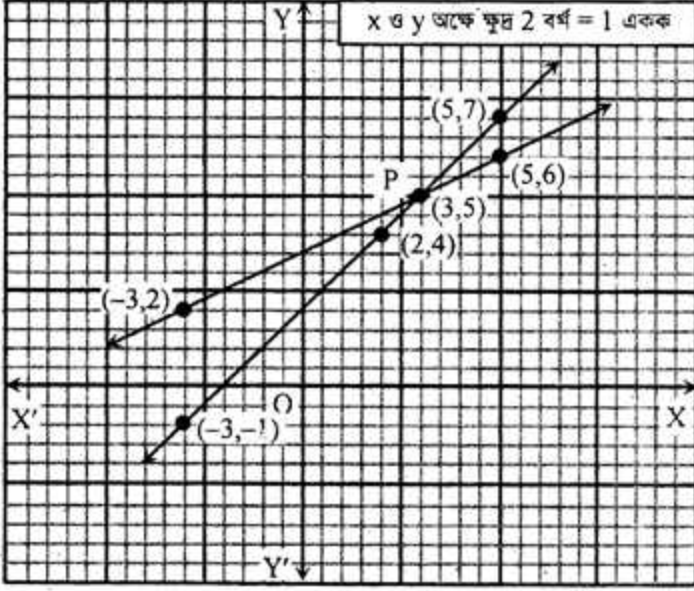
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-3	2	5
y	-1	4	7

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(-3, -1)$, $(2, 4)$ ও $(5, 7)$

এখন, ছক কাগজের 'XOX' বরাবর x -অক্ষ এবং 'YOY' বরাবর y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(-3, 2)$, $(3, 5)$, $(5, 6)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (iv) নং প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(-3, -1)$, $(2, 4)$ ও $(5, 7)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরল রেখা দুয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 5)$

∴ নির্ণয় সমাধান : $(x, y) = (3, 5)$

খ এর প্রাপ্ত মান ও গ এর প্রাপ্ত মান সমান।

সুতরাং আড়গুণন পদ্ধতি ও লেখচিত্র পদ্ধতি উভয় পদ্ধতিতে প্রাপ্ত মান সমান।

প্রশ্ন ৩ $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\}$ একটি সরল সমীকরণ জোট।

[পি এন সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]

ক. সমীকরণ জোট সংগতিপূর্ণ, পরস্পর নির্ভরশীল কিনা ব্যাখ্যা কর। এদের সমাধানের সংখ্যা কত?

খ. অপনয়ন পদ্ধতিতে x ও y এর মান নির্ণয় কর।

গ. কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয় এবং লব থেকে 7 বিয়োগ ও হর থেকে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট, $2x + y = 8$
 $3x - 2y = 5$

x এর সহগ দুয়ের অনুপাত $\frac{2}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{2}$

∴ $\frac{2}{3} \neq -\frac{1}{2}$

∴ সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং এদের একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে। (Ans.)

খ. মাধ্যমিক গণিত পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১২.২ এর উদাহরণ-২ দ্রষ্টব্য।

গ. ধরি, ভগ্নাংশটির লব = x এবং হর = y .

∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

প্রথমতে, $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}$

বা, $2x - 2 = y + 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $2x - y = 2 + 2$

∴ $2x - y = 4$ (i)

আবার, $\frac{x-7}{y-2} = \frac{1}{3}$

বা, $3x - 21 = y - 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $3x - y = 21 - 2$

∴ $3x - y = 19$ (ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে (i) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$3x - y - (2x - y) = 19 - 4$

বা, $3x - y - 2x + y = 15$

∴ $x = 15$

এখন, x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2 \times 15 - y = 4$

বা, $30 - 4 = y$

∴ $y = 26$

∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{15}{26}$ (Ans.)

প্রশ্ন ৪ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৪; অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করে পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 36 কম।

[বিদ্যাম মডেল স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

ক. দুটি চলক x ও y ধরে তথ্যগুলোকে দুটি সমীকরণে প্রকাশ কর।

খ. (x, y) নির্ণয় করে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

গ. লেখের সাহায্যে 'খ' হতে প্রাপ্ত (x, y) এর সত্যতা যাচাই কর।

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্কটি = x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি = y

∴ সংখ্যাটি = $10y + x$

প্রথমতে, $x + y = 8$

অঙ্ক দুটি স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি হবে

$10x + y$

∴ $10x + y = 10y + x - 36$

বা, $9x - 9y + 36 = 0$

বা, $x - y + 4 = 0$

∴ সমীকরণ, $\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ x - y = -4 \end{array} \right\}$ (Ans.)

খ. 'ক' থেকে পাই, $x + y = 8$ (i)

এবং $x - y = -4$ (ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 8 - 4$

বা, $2x = 4$

∴ $x = 2$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$2 + y = 8$

∴ $y = 6$

∴ $(x, y) = (2, 6)$

অর্থাৎ, সংখ্যাটি = $10 \times 6 + 2 = 62$ (Ans.)

গ. সমীকরণ (i) হতে,

$x + y = 8$

$y = 8 - x$

এই সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	1	2
y	8	7	6

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, 8)$, $(1, 7)$, $(2, 6)$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$x - y = -4$

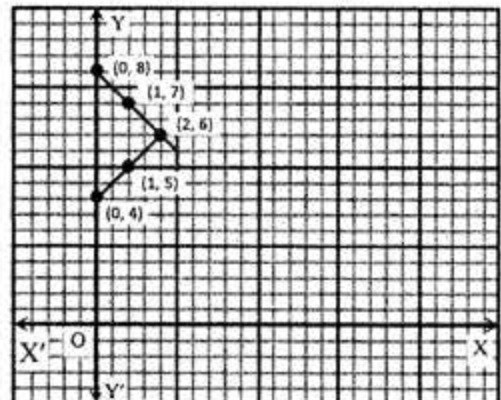
বা, $y = x + 4$

এই সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	1	2
y	4	5	6

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, 4)$, $(1, 5)$, $(2, 6)$

এখন ছক কাগজের XOX' বরাবর x -অক্ষ এবং YOY' বরাবর y -অক্ষ বিবেচনা করে ক্ষুদ্র বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলি যোগ করে দুটি সরলরেখা পাওয়া যাবে



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, $x + y = 8$ রেখা এবং $x - y + 4 = 0$

রেখা $(2, 6)$ বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং 'খ' থেকে প্রাপ্ত $(x, y) = (2, 6)$ বিন্দুর সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ৫ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ প্রস্থ অপেক্ষা ৫ মিটার বেশী কিন্তু দৈর্ঘ্যের চার গুণ প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা ৭ মিটার বেশী।

- ক. আয়তের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থকে y মিটার ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।
 খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান কর।
 গ. সমীকরণ জোটের লেখচিত্র অংকন কর এবং সমাধানের ব্যাখ্যাসহ তোমার মতামত লিখ।

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, আয়তের দৈর্ঘ্য = x মিটার
 আয়তের প্রস্থ = y মিটার

১ম শর্তমতে, $2x = y + 5$

$\therefore 2x - y = 5$ (i)

২য় শর্তমতে, $4x = 2y + 7$

$\therefore 4x - 2y = 7$ (ii) (Ans.)

খ. 'ক' হতে (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ পাশাপাশি লিখে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$2x - y - 5 = 0$

$4x - 2y - 7 = 0$

$$\frac{x}{(-1)(-7) - (-5)(-2)} = \frac{y}{(-5)(4) - (-7)(2)} = \frac{1}{2(-2) - (4)(-1)}$$

বা, $\frac{x}{7 - 10} = \frac{y}{-20 + 14} = \frac{1}{-4 + 4}$

$\therefore \frac{x}{-3} = \frac{y}{-6} = \frac{1}{0}$

অর্থাৎ সমীকরণ জোটটির কোন সমাধান নেই।

গ. এখানে, $2x - y = 5$ (i)

$4x - 2y = 7$ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই, $2x - y = 5$ বা, $2x - 5 = y$

$\therefore y = 2x - 5$

x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর মানগুলো হিসেব করে পাই,

x	-1	0	1
y	-7	-5	-3

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$4x - 2y = 7$

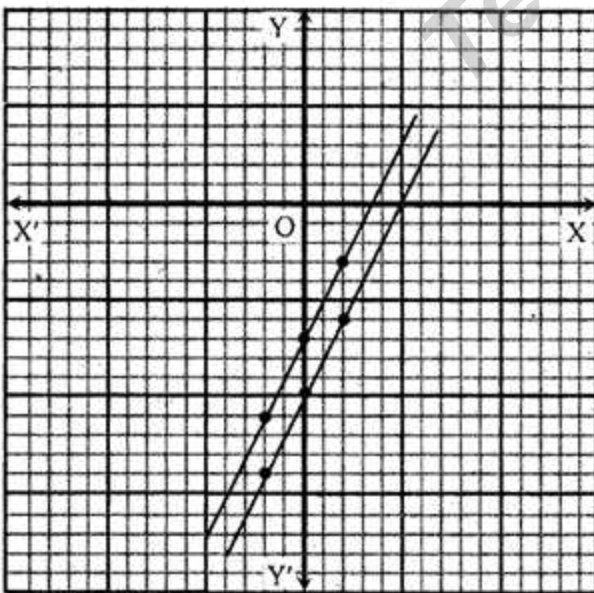
বা, $4x - 7 = 2y$

$\therefore y = \frac{4x - 7}{2}$

x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর মানগুলো হিসেব করে পাই,

x	-1	0	1
y	-5.5	-3.5	-1.5

ছক কাগজের প্রতি দুই বর্গ সমান এক একক ধরে (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো বসাই এবং বিন্দুগুলো যোগ করি।



এরা দুটো সরল রেখা এবং পরস্পর সমান্তরাল। সুতরাং সরলরেখা দুই কখনই একে অপরকে ছেদ করবে না। অর্থাৎ এদের কোন সমাধান নেই।

প্রশ্ন ৬ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

(কাউন্সিলেট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী)

$2x + 3y = 13$

ক. সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর।

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান কর।

গ. সমীকরণ জোটটির লেখচিত্র অংকন কর।

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

$2x + 3y = 13$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত = $\frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত = $\frac{1}{3} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$

$\therefore \frac{1}{4} \neq \frac{1}{9}$

\therefore সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ এবং পরস্পর নির্ভরশীল।

খ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

বা, $\frac{3x + 2y}{6} = 2$

বা, $3x + 2y = 12$ (i)

$2x + 3y = 13$ (ii)

\therefore সমীকরণদ্বয়, $3x + 2y - 12 = 0$
 $2x + 3y - 13 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{2 \times (-13) - (3) \times (-12)} = \frac{y}{(-12 \times 2) - (-13) \times 3} = \frac{1}{(3 \times 3) - (2 \times 2)}$$

বা, $\frac{x}{-26 + 36} = \frac{y}{-24 + 39} = \frac{1}{9 - 4}$

বা, $\frac{x}{10} = \frac{y}{15} = \frac{1}{5}$

$\therefore \frac{x}{10} = \frac{1}{5}$

বা, $x = \frac{10}{5} = 2$

আবার, $\frac{y}{15} = \frac{1}{5}$

বা, $y = \frac{15}{5} = 3$

\therefore সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

গ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ (i)

$2x + 3y = 13$ (ii)

সমীকরণ (i) নং থেকে পাই,

বা, $\frac{y}{3} = 2 - \frac{x}{2}$ বা, $\frac{y}{3} = \frac{4 - x}{2}$

বা, $y = \frac{12 - 3x}{2}$

$\therefore y = \frac{12 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-2	0	2	6
y	9	6	3	-3

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর চারটি বিন্দু যথাক্রমে $(-2, 9)$, $(0, 6)$, $(2, 3)$, $(6, -3)$

আবার সমীকরণ (ii) নং থেকে পাই,

$3y = 13 - 2x$

বা, $y = \frac{13 - 2x}{3} \therefore y = \frac{13 - 2x}{3}$

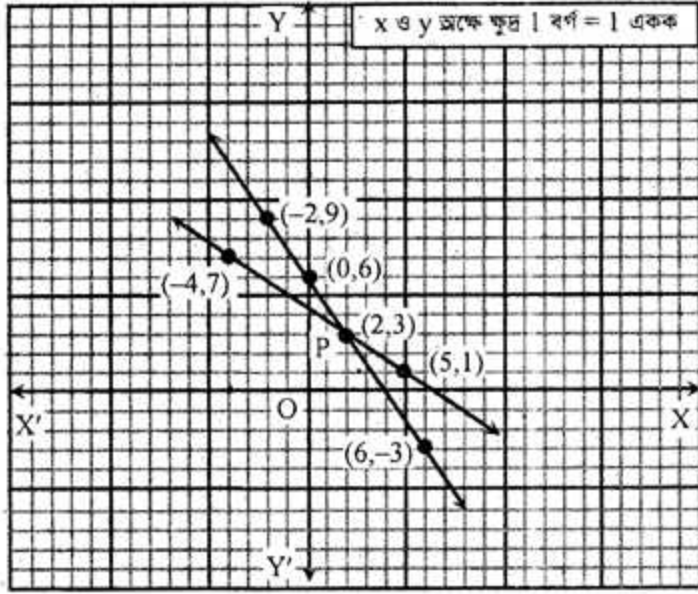
সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-4	2	5
y	7	3	1

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(-4, 7)$, $(2, 3)$ ও $(5, 1)$

এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x -অক্ষ এবং YOY' বরাবর y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু চারটি $(-2, 9)$, $(0, 6)$, $(2, 3)$ ও $(6, -3)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(-4, 7)$, $(2, 3)$ ও $(5, 1)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরলরেখা দুয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ ।

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

- প্রশ্ন ৭** দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যার অংকদ্বয়ের সমষ্টি 7, অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা হয় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 9 কম। [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]
- ক. সংখ্যার একক স্থানীয় অংক x হলে সংখ্যা ও স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যা x এর মাধ্যমে লিখ।
- খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর।
- গ. সংখ্যা ও স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যা যত একটি মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে তত মিটার হলে প্রতিটি 50 সে.মি. বর্গাকার পাথর দ্বারা ঐ মাঠটি বাধাই করতে কয়টি পাথর লাগবে?

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** ধরি, একক স্থানীয় অংক, x
∴ দশক স্থানীয় অংক, $7 - x$
∴ সংখ্যাটি $= (7 - x) \times 10 + x = 70 - 10x + x = 70 - 9x$
এবং স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি $= 10x + 7 - x = 9x + 7$ (Ans.)
- খ** 'ক' হতে পাই,
সংখ্যাটি $= 70 - 9x$ (Ans.)
এবং স্থানবিনিময়কৃত সংখ্যাটি $= 9x + 7$
প্রশ্নমতে, $9x + 7 + 9 = 70 - 9x$
বা, $9x + 16 = 70 - 9x$ বা, $9x + 9x = 70 - 16$ বা, $18x = 54$
∴ $x = 3$
∴ সংখ্যাটি $= 70 - 9 \cdot 3 = 70 - 27 = 43$ (Ans.)
- গ** প্রদত্ত তথ্য হতে পাই,
আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য $=$ সংখ্যাটি $= 43$ মি.
এবং আয়তাকার মাঠের প্রস্থ $=$ স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যা $= 34$ মি.
[যেহেতু 43 স্থান বিনিময় করলে 34 হয়]
∴ মাঠের ক্ষেত্রফল $= (43 \times 34)$ বর্গ মি. $= 1462$ বর্গ মি.
এখন,
বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল $= (50 \text{ সে.মি.})^2$ [বাহুর দৈর্ঘ্য $= 50$ সে.মি.]
 $= (0.5 \text{ মি.})^2$ [100 সে.মি. $= 1$ মি.]
 $= 0.25$ বর্গ মি.
∴ মাঠটি বাধাই করতে পাথর লাগবে $= \left(\frac{1462}{0.25}\right)$ টি $= 5848$ টি (Ans.)

- প্রশ্ন ৮** একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গ মিটার বেশি হবে। [কুমিল্লা মহান স্কুল, কুমিল্লা]
- ক. দৈর্ঘ্যকে x এবং প্রস্থকে y ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।
- খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ জোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
- গ. যদি আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পায় তবে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

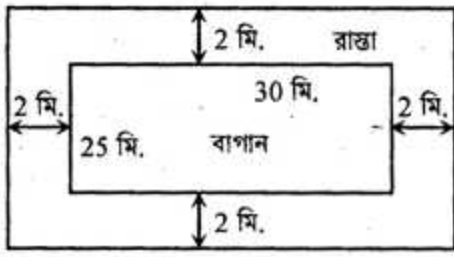
৮ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার
∴ ক্ষেত্রফল xy বর্গমিটার।
প্রথম শর্তমতে, $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$
দ্বিতীয় শর্তমতে, $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$
- খ** 'ক' হতে পাই,
 $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$ (i)
 $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$ (ii)
(i) নং হতে পাই,
 $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$
বা, $xy - 5y + 3x - 15 = xy - 9$
বা, $3x - 5y - 6 = 0$ (iii)
(ii) হতে পাই,
 $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$
বা, $xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$
বা, $2x + 3y - 61 = 0$ (iv)
(iii) ও (iv) নং সমীকরণে বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,
$$\frac{x}{(-5)(-61) - (-6)(3)} = \frac{y}{(-6)(2) - (3)(-61)} = \frac{1}{(3)(3) - (-5)(2)}$$

বা, $\frac{x}{305 + 18} = \frac{y}{-12 + 183} = \frac{1}{9 + 10}$
বা, $\frac{x}{323} = \frac{y}{171} = \frac{1}{19}$
∴ $x = \frac{323}{19}$ এবং $y = \frac{171}{19}$
বা, $x = 17$ বা, $y = 9$
∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 17$ মিটার
আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= 9$ মিটার (Ans.)
- গ** 'খ' হতে পাই,
আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 17$ মিটার
আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= 9$ মিটার
∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (17 \times 9)$ বর্গ মিটার $= 153$ বর্গ মিটার
10% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য $= (17 + 17 \text{ এর } \frac{10}{100})$ মিটার $= 18.7$ মিটার
10% হ্রাসে প্রস্থ $= (9 - 9 \text{ এর } \frac{10}{100})$ মিটার $= 8.1$ মিটার
∴ নতুন ক্ষেত্রফল হবে $= (18.7 \times 8.1)$ বর্গ মিটার
 $= 151.47$ বর্গ মিটার
∴ ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $= (153 - 151.47)$ বর্গ মিটার $= 1.53$ বর্গ মিটার
∴ ক্ষেত্রফল হ্রাসের শতকরা পরিমাণ $= \left(\frac{1.53}{153} \times 100\right)\% = 1\%$
∴ ক্ষেত্রফল 1% হ্রাস পাবে (Ans.)
- প্রশ্ন ৯** একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 20 মিটার বেশি এবং পরিসীমা 110 মিটার। বাগানের বাহিরে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে [হাসান আলী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গুর]
- ক. দৈর্ঘ্যকে x মি. এবং প্রস্থকে y মি. ধরে সমীকরণদ্বয় গঠন কর।
- খ. বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
- গ. প্রতি বর্গমিটার 75 টাকা দরে রাস্তায় ঘাস লাগাতে কত খরচ পড়বে।

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য $= x$ মি. এবং প্রস্থ $= y$ মি.
1ম শর্তানুসারে, $2y = x + 20$
এবং 2য় শর্তানুসারে, $2(x + y) = 110$
- খ** 'ক' হতে পাই, $2y = x + 20$
∴ $x = 2y - 20$ (i)
এবং $2(x + y) = 110$
বা, $x + y = 55$
বা, $2y - 20 + y = 55$ [∴ $x = 2y - 20$]
বা, $3y = 55 + 20$
বা, $3y = 75$
∴ $y = 25$
 y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
 $x = 2 \times 25 - 20 = 50 - 20 = 30$
∴ বাগানের দৈর্ঘ্য 30 মি. এবং প্রস্থ 25 মি. (Ans.)



রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = $(30 + 2 \times 2)$ মি. = 34 মি.
 এবং রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = $(25 + 2 \times 2)$ মি. = 29 মি.
 \therefore রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (34×29) বর্গ মি. = 986 বর্গ মি.
 এবং রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (30×25) বর্গ মি. = 750 বর্গ মি.
 \therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(986 - 750)$ বর্গ মি. = 236 বর্গ মি.
 এখন, 1 বর্গমিটারে ঘাস লাগাতে ব্যয় হয় 75 টাকা
 \therefore 236 বর্গমিটারে ঘাস লাগাতে ব্যয় হয় (75×236) ,
 = 17700 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন 10 একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে।

(আল-আমিন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, চাঁদপুর)

- ক. বাগানের দৈর্ঘ্যকে x এবং y প্রস্থ ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।
 খ. বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
 গ. বাগানের বাইরে 4 মিটার চওড়া রাস্তায় প্রতি বর্গমিটারে ইট লাগাতে 120 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?

10 নং প্রশ্নের সমাধান

ক 1ম শর্তানুসারে, $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$ (i)
 2য় শর্তানুসারে, $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$ (ii)

খ (i) নং সমীকরণ থেকে পাই—

$$xy + 3x - 5y - 15 - xy + 9 = 0$$

$$\text{বা, } 3x - 5y - 6 = 0 \text{ (iii)}$$

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই—

$$xy + 2x + 3y + 6 - xy - 67 = 0$$

$$\text{বা, } 2x + 3y - 61 = 0 \text{ (iv)}$$

(iii) ও (iv) নং সমীকরণে আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করি

$$3x - 5y - 6 = 0 \text{ (iii)}$$

$$2x + 3y - 61 = 0 \text{ (iv)}$$

$$\frac{x}{(-5)(-61) - 3(-6)} = \frac{y}{2(-6) - 3(-61)} = \frac{1}{3.3 - 2(-5)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{305 + 18} = \frac{y}{-12 + 183} = \frac{1}{9 + 10}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{323} = \frac{y}{171} = \frac{1}{19} \quad \text{বা, } \frac{x}{17} = \frac{y}{9} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{x}{17} = 1 \quad \therefore \frac{y}{9} = 1$$

$$\text{বা, } x = 17 \quad \text{বা, } y = 9$$

\therefore আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 17 মিটার

ও আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ 9 মিটার (Ans.)

গ 'খ' হতে পাই, বাগানের দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার

\therefore রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = $(17 + 4 \times 2)$ মি. = 25 মি.

এবং রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = $(9 + 4 \times 2)$ মি. = $(9 + 8)$ মি. = 17 মি.

বাগানের ক্ষেত্রফল = (17×9) বর্গ মি. = 153 বর্গ মি.

রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (25×17) বর্গ মি. = 425 মি.

এবং রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(425 - 153)$ ব. মি. = 272 ব. মি.

\therefore মোট খরচ = (272×120) টাকা = 32640 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন 11 $\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 13 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 12 \end{array} \right\}$ একটি সমীকরণজোট। *(সিলভার ক্রস গার্লস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম)*

ক. সমীকরণ জোটটি সজাতিপূর্ণ, নির্ভরশীল কিনা এবং এর সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর।

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণজোটের সমাধান কর।

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে 'খ' থেকে প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

11 নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $2x + 3y = 13$

বা, $2x + 3y - 13 = 0$ (i)

$$\text{এবং } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 12$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 12 = 0 \text{ (ii)}$$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ থেকে x ও y এর সহগের অনুপাত নিয়ে পাই,

$$\frac{2}{1} \neq \frac{3}{3}$$

বা, $4 \neq 9$ যা $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ কে সমর্থন করে।

\therefore সমীকরণ জোটটি সজাতিপূর্ণ অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র সমাধান আছে। (Ans.)

খ (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ হতে আড় গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{3(-12) - \frac{1}{3}(-13)} = \frac{y}{(-13)\frac{1}{2} - 2(-12)} = \frac{1}{2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-36 + \frac{13}{3}} = \frac{y}{-\frac{13}{2} + 24} = \frac{1}{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}} \quad \text{বা, } \frac{x}{\frac{-108 + 13}{3}} = \frac{y}{-\frac{13 + 48}{2}} = \frac{1}{\frac{4 - 9}{6}}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{\frac{-95}{3}} = \frac{y}{\frac{35}{2}} = \frac{6}{-5} \quad \therefore x = \frac{6}{-5} \times \frac{-95}{3} = 38$$

$$\therefore y = \frac{6}{-5} \times \frac{35}{2} = -21$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (38, -21)$

গ (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$2x + 3y - 13 = 0 \quad \text{বা, } 3y = 13 - 2x$$

$$\text{বা, } y = \frac{13 - 2x}{3} \text{ (iii)}$$

সূত্রাং

x	2	-4	5
y	3	7	1

এবং সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 12$$

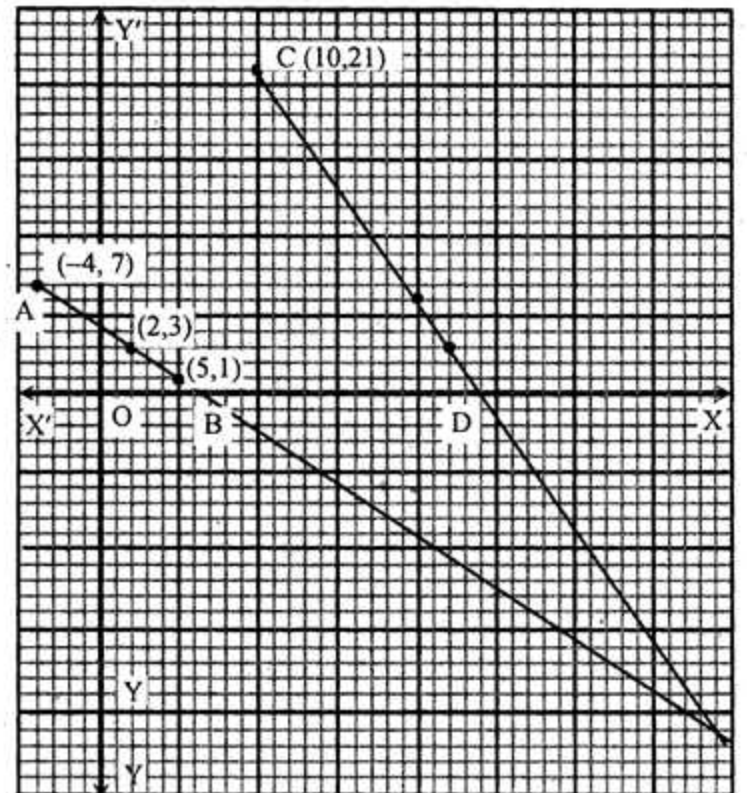
বা, $3x + 2y = 12 \times 6$ [উভয়পক্ষে 6 দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } 3x + 2y = 72 \quad \text{বা, } 2y = 72 - 3x$$

$$\text{বা, } y = \frac{72 - 3x}{2} \text{ (iv)}$$

সূত্রাং

x	10	20	22
y	21	6	3



XOX' কে x অক্ষ এবং YOY' কে y অক্ষ ধরি। অক্ষের মূলবিন্দু O তে ছেদ করে। ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 বাহুর দৈর্ঘ্য কে এক একক ধরে সমীকরণ (iii) থেকে প্রাপ্ত $(2, 3)$, $(-4, 7)$ ও $(5, 1)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে বসিয়ে

যোগ করে AB রেখা টানি। আবার, (iv) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (10, 21), (20, 6) ও (22, 3) বিন্দুগুলো ছক কাগজে বসিয়ে যোগ করে CD রেখা টানি। AB ও CD, E বিন্দুতে ছেদ করে।
 $\therefore E(38, -21)$ ই হবে সমীকরণদ্বয়ের সমাধান।
 অর্থাৎ $(x, y) = (38, -21)$
 সুতরাং, লেখচিত্র হতে প্রাপ্ত সমাধান ও খ হতে প্রাপ্ত সমাধান একই।

প্রশ্ন ১২ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিন গুণ অপেক্ষা বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আট গুণের সমান।

- ক. প্রদত্ত সংখ্যা ও স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যার সমীকরণ লিখ।
 খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর।
 গ. যদি মূল সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় কোন সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও লম্ব নির্দেশ করে, তবে অতিভুজ এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, একক স্থানীয় অংক = x
 এবং দশক স্থানীয় অংক = y

\therefore সংখ্যাটি = $10y + x$
 শর্তমতে, $x = 3y + 1$ (i)

তাহলে, সংখ্যাটি = $10y + 3y + 1$ [(i) নং থেকে পাই]
 $= 13y + 1$ (Ans.)

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি হয় = $10x + y$
 $= 10(3y + 1) + y$ [(i) নং থেকে পাই]
 $= 30y + 10 + y = 31y + 10$ (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই, সংখ্যাটি = $13y + 1$
 স্থান বিনিময় কৃত সংখ্যাটি = $31y + 10$
 এবং $x = 3y + 1$ (i)

শর্তমতে, $31y + 10 = 8(3y + 1) + y$

বা, $31y + 10 = 24y + 8 + 8y$

বা, $31y + 10 = 32y + 8$

বা, $32y - 31y = 10 - 8$

$\therefore y = 2$

\therefore সংখ্যাটি = $13 \times 2 + 1 = 27$ (Ans.)

গ 'খ' হতে পাই, সংখ্যাটি = 27

শর্তমতে, ভূমি = 2 এবং লম্ব = 7

\therefore অতিভুজ = $\sqrt{(\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2} = \sqrt{2^2 + 7^2}$
 $= \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$ (Ans.)

এবং ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{লম্ব} = \frac{1}{2} \times 2 \times 7$ বর্গ একক
 $= 7$ বর্গ একক। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ i) $3x + 4y = 14$ ii) $4x - 3y = 2$ iii) $8x - 6y = 10$

- a. দেখাও যে, (i) ও (ii) নং সমীকরণ সঙ্গতিপূর্ণ।
 b. (i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান কর।
 c. দেখাও যে, (ii) ও (iii) নং সরলরেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $3x + 4y = 14$ (i)

$4x - 3y = 2$ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এর x ও y এর সহগগুলো তুলনা করে পাই,

$$\frac{3}{4} \neq \frac{4}{-3}$$

সুতরাং সমীকরণ (i) ও (ii) সঙ্গতিপূর্ণ। (দেখানো হলো)

খ এখানে, $3x + 4y = 14$

$4x - 3y = 2$

বা, $3x + 4y - 14 = 0$ (i)

$4x - 3y - 2 = 0$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণে বজ্রগুণনের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(4)(-2) - (-14)(-3)} = \frac{y}{(-14)(4) - (-2)(3)} = \frac{1}{(3)(-3) - (4)(4)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-8 - 42} = \frac{y}{-56 + 6} = \frac{1}{-9 - 16}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-50} = \frac{y}{-50} = \frac{1}{-25}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{50} = \frac{y}{50} = \frac{1}{25} \text{ [(-1) দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\therefore \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = 1 \text{ [25 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{2} = 1 \text{ এবং } \frac{y}{2} = 1$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = 2$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2)$ (Ans.)

গ এখানে, $4x - 3y = 2$ (i)

$8x - 6y = 10$ (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণে x ও y এর সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা করে

$$\text{পাই, } \frac{4}{8} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{2}{10}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{5}$$

সুতরাং সমীকরণ জোড়টির কোন সমাধান নেই।

যেহেতু সমীকরণ জোড়টির কোনো সমাধান নেই।

সুতরাং সমীকরণে নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় কখনই মিলিত হবে না।

\therefore সরলরেখাদ্বয় অবশ্যই সমান্তরাল হবে।

$$\therefore 4x - 3y = 2 \text{ এবং } 8x - 6y = 10$$

\therefore সরল রেখাদ্বয় সমান্তরাল। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$; $x + \frac{y}{6} = 3$

[বর্ডার পার্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ কিনা ব্যাখ্যা কর।

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটের সমাধান কর এবং 'খ' হতে প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$$

$$x + \frac{y}{6} = 3$$

$$\text{এখানে, } \frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \text{ এবং } \frac{b_1}{b_2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1} = 2$$

$$\text{এখানে, } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

অতএব, সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ।

$$\text{খ } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$$

$$x + \frac{y}{6} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{3x + 2y}{6} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{6x + y}{6} = 3$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 18$$

$$\text{বা, } 6x + y = 18$$

$$\text{বা, } 3x + 2y - 18 = 0 \text{ (i)}$$

$$\text{বা, } 6x + y - 18 = 0 \text{ (ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times (-18) - 1 \times (-18)} = \frac{y}{6 \times (-18) - 3 \times (-18)} = \frac{1}{3 \times 1 - 2 \times 6}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-36 + 18} = \frac{y}{-108 + 54} = \frac{1}{3 - 12}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-18} = \frac{y}{-54} = \frac{1}{-9}$$

$$\frac{x}{-18} = \frac{1}{-9} \text{ এবং } \frac{y}{-54} = \frac{1}{-9}$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = 6$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 6)$

গ 'খ' হতে,

$$3x + 2y - 18 = 0 \text{ (i)}$$

$$6x + y - 18 = 0 \text{ (ii)}$$

সমীকরণ (i) হতে,

$$2y = 18 - 3x$$

$$\therefore y = \frac{18 - 3x}{2}$$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি:

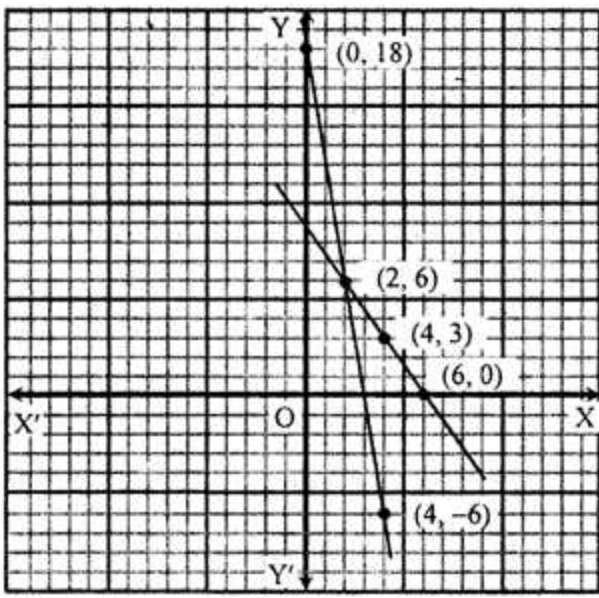
x	2	4	6
y	6	3	0

আবার, সমীকরণ (ii) হতে,

$$y = 18 - 6x$$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি:

x	2	0	4
y	6	18	-6



মনে করি, XOX' বরাবর x অক্ষ ও YOY' বরাবর y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো $(2, 6)$, $(4, 3)$ ও $(6, 0)$ স্থাপন করি এবং যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। ইহাই $3x + 2y - 18 = 0$ সমীকরণের লেখ।

আবার সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো $(2, 6)$, $(0, 18)$ ও $(4, -6)$ স্থাপন করি এবং যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। ইহাই $6x + y - 18 = 0$ সমীকরণের লেখ।

সরলরেখা দুইটি পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 6)$

দেখা যাচ্ছে যে, 'খ' হতে প্রাপ্ত মান এবং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (x, y) এর মান সমান।

প্রশ্ন ১৫ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

$2x + 3y = 13$

(বি এ এফ শাহীন কলেজ, শমশেরনগর, মৌলভীবাজার)

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোড়ের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

খ. ১ম সমীকরণকে $ax + by + c = 0$ আকারে প্রকাশ করে উভয় সমীকরণকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর।

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান করে 'খ' এর সমাধানের সত্যতা যাচাই কর।

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ (i)

$2x + 3y = 13$ (ii)

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$

y " " " $= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}$

$\therefore \frac{1}{4} \neq \frac{1}{9}$

\therefore সমীকরণদ্বয় সঙ্গতিপূর্ণ ও অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র সমাধান বিদ্যমান।

খ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ (i)

$2x + 3y = 13$ (ii)

(i) নং হতে পাই,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ বা, $\frac{3x + 2y}{6} = 2$

বা, $3x + 2y = 12$

$\therefore 3x + 2y - 12 = 0$ (iii)

এখন (ii) নং ও (iii) নং বজ্রগুণন করে পাই,

$2x + 3y - 13 = 0$

$3x + 2y - 12 = 0$

$\frac{x}{3 \times (-12) - 2 \times (-13)} = \frac{y}{3 \times (-13) - 2 \times (-12)} = \frac{1}{2 \times 2 - 3 \times 3}$

বা, $\frac{x}{-36 + 26} = \frac{y}{-39 + 24} = \frac{1}{4 - 9}$

বা, $\frac{x}{-10} = \frac{y}{-15} = \frac{1}{-5}$

$\therefore \frac{x}{-10} = \frac{1}{-5}$

$x = \frac{-10}{-5} \therefore x = 2$

আবার, $\frac{y}{-15} = -\frac{1}{5}$

বা, $y = \frac{-15}{-5} \therefore y = 3$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

গ

'খ' হতে

$3x + 2y = 12$ (i)

$2x + 3y = 13$ (ii)

(i) নং হতে,

$3x + 2y = 12$

বা, $2y = 12 - 3x$

$\therefore y = \frac{12 - 3x}{2}$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি পূরণ করি:

x	2	-2	4
y	3	9	0

আবার, (ii) নং হতে পাই,

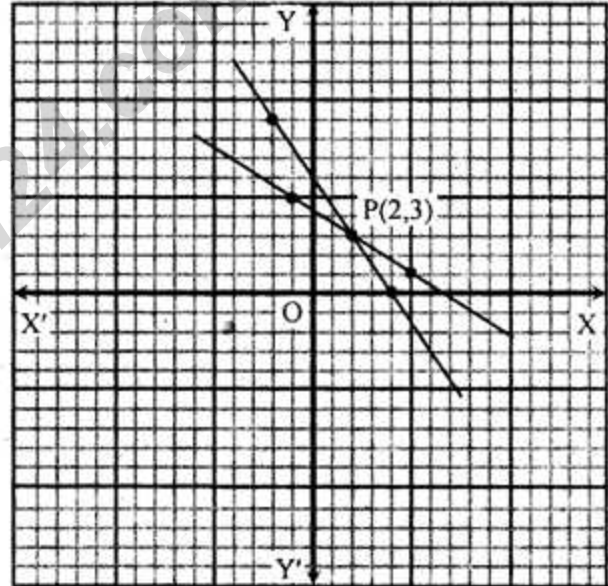
$2x + 3y = 13$

বা, $3y = 13 - 2x$

$\therefore y = \frac{13 - 2x}{3}$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর অনুরূপ মান বের করি ও পাশের ছকটি পূরণ করি।

x	2	5	-1
y	3	1	5



মনেকরি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x -অক্ষ ও y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত $(2, 3)$, $(-2, 9)$ ও $(4, 0)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

আবার, (ii) নং হতে প্রাপ্ত $(2, 3)$, $(5, 1)$ ও $(-1, 5)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা।

মনেকরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র হতে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(2, 3)$ ।

\therefore লেখ হতে সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

যা 'খ' থেকে প্রাপ্ত সমাধানের সমান।

\therefore সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ১৬

$x + y = 8$ এবং $3x - 3y = 0$ দুটি সমীকরণ। (দাউন পাবলিক স্কুল, ঝংগোর)

ক. সমীকরণদ্বয় কোন ধরনের?

খ. (x, y) নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণদ্বয় x অক্ষের সাথে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে, $x + y = 8$

এবং $3x - 3y = 0$

$\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{1}{-3}$

সুতরাং সমীকরণদ্বয় সঙ্গতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল এবং একটিমাত্র সমাধান বিদ্যমান।

খ $x + y = 8$ (i)
 $3x - 3y = 0$ (ii)
 (i) নং $\times 3 +$ (ii) নং হতে পাই,
 $3x + 3y = 24$
 $3x - 3y = 0$
 \hline
 $6x = 24$

বা, $x = \frac{24}{6}$

$\therefore x = 4$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$x + y = 8$

বা, $4 + y = 8$

বা, $y = 8 - 4$

$\therefore y = 4$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 4)$

গ এখানে,
 $x + y = 8$ (i)
 $3x - 3y = 0$ (ii)

(i) নং হতে পাই,

$x + y = 8$

$\therefore y = 8 - x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

x	2	4	6
y	6	4	2

(ii) নং হতে পাই, $-3y = -3x$ বা, $y = x$

আবার, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর অনুরূপ মান নির্ণয় করি।

x	2	6	10
y	2	6	10

XOX' কে x অক্ষ এবং YOY' কে y অক্ষ ধরে

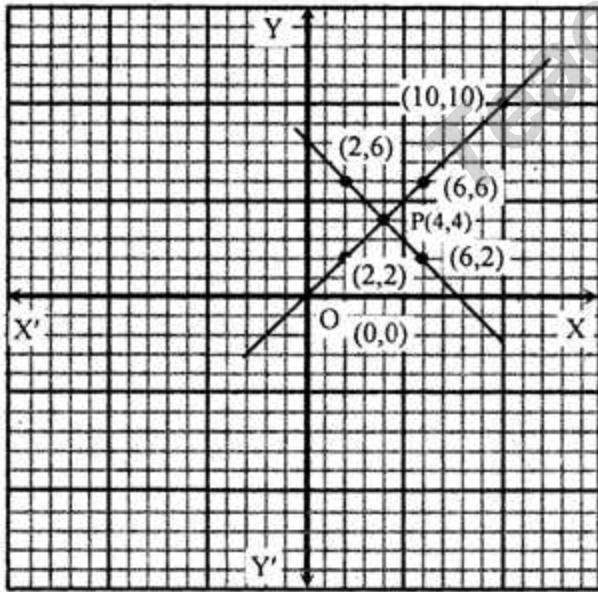
(i) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো (2, 6), (4, 4), (6, 2)

বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করে যোগ করি

এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

আবার (ii) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো (2, 2), (6, 6), (10, 10) লেখ কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

মনে করি সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্র হতে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 4)। সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে POB ত্রিভুজ গঠন করে।



লেখ হতে POB ত্রিভুজের উচ্চতা, PD = 4 একক

POB ত্রিভুজের ভূমি, OB = 8 একক

\therefore POB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$ বর্গ একক (Ans.)

প্রঃ ১৭ $2x + y = 8$
 $3x - 2y = 5$

[মূল্যনা পাবনিক কলেজ]

ক. সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ কিনা ব্যাখ্যা কর এবং সমাধান সংখ্যা বের কর।

খ. আড়গুনন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটের সমাধান করে 'খ' হতে প্রাপ্ত সমাধানের সত্যতা যাচাই কর।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট $2x + y = 8$
 $3x - 2y = 5$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$

এবং $\frac{2}{3} \neq -\frac{1}{2}$

\therefore সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ এবং একটি মাত্র সমাধান আছে।

খ প্রদত্ত সমীকরণ জোট

$2x + y = 8$ } বা, $2x + y - 8 = 0$ (i)

$3x - 2y = 5$ } বা, $3x - 2y - 5 = 0$ (ii)

আড়গুনন পদ্ধতিতে পাই,

$\frac{x}{1 \times (-5) - (-8) \times (-2)} = \frac{y}{(-8) \times 3 - 2 \times (-5)} = \frac{1}{2 \times (-2) - 1 \times 3}$

বা, $\frac{x}{-5 - 16} = \frac{y}{-24 + 10} = \frac{1}{-4 - 3}$

বা, $\frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$ বা, $\frac{x}{21} = \frac{y}{14} = \frac{1}{7}$

$\therefore \frac{x}{21} = \frac{1}{7}$ বা, $x = \frac{21}{7}$ বা, $x = 3$

আবার, $\frac{y}{14} = \frac{1}{7}$ বা, $y = \frac{14}{7}$ বা, $y = 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 2)$

গ 'খ' এর (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$2x + y - 8 = 0$

বা, $y = 8 - 2x$ (iii)

(iii) নং সমীকরণের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	3	5
y	6	2	-2

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 6), (3, 2) এবং (5, -2)

আবার, 'খ' এর (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3x - 2y - 5 = 0$

বা, $2y = 3x - 5$

বা, $y = \frac{1}{2}(3x - 5)$ (iv)

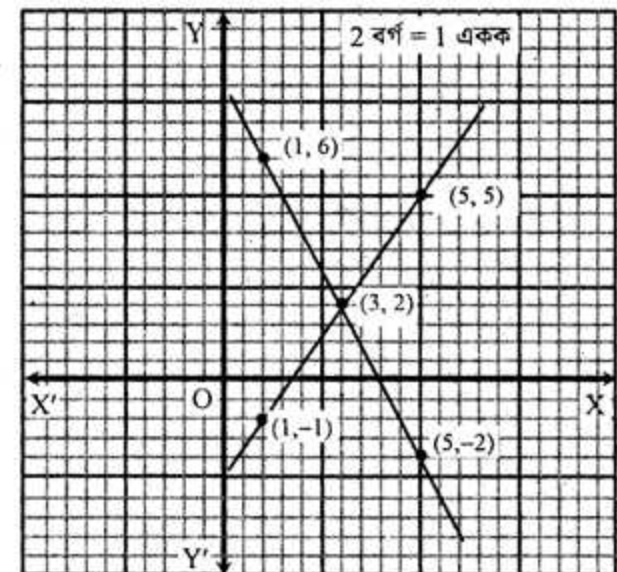
এখন, (iv) নং সমীকরণের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	3	5
y	-1	2	5

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, -1), (3, 2) এবং (5, 5)

এখন ছক কাগজের XOX' অক্ষ বরাবর x- অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ধরি। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (iii) থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি (1, 6), (3, 2), (5, -2) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (iv) নং এ প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি (1, -1), (3, 2), (5, 5) ছক কাগজে স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 2)।



∴ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3, 2)

∴ লেখচিত্র হতে প্রাপ্ত সমাধান এবং 'খ' হতে প্রাপ্ত সমাধান একই।
অতএব 'খ' হতে প্রাপ্ত সমাধানের সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ১৮ x একটি চলক এবং a, b, c ধ্রুবক। [গত: মার্বেরটির হাই স্কুল, তুলনা]

ক. উদ্দীপকের আলোকে এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি লিখ।

খ. দেখাও যে, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

গ. (খ) নং এর আলোকে সমাধান কর (i) $3 - 4x - 2x^2 = 0$
(ii) $7x - 2 - 3x^2 = 0$

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, x একটি চলক এবং a, b, c ধ্রুবক।
তাহলে, এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি হলো, $ax^2 + bx + c = 0$

খ 'ক' থেকে পাই,
 $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2(ax)\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

∴ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (দেখানো হলো)

গ 'খ' হতে পাই, $ax^2 + bx + c = 0$ (i) সমীকরণের

সমাধান, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (ii)

(i) দেওয়া আছে,
 $3 - 4x - 2x^2 = 0$

বা, $2x^2 + 4x - 3 = 0$ (iii)

এখন (i) নং সমীকরণের সাথে (iii) নং কে তুলনা করলে পাই,

$a = 2, b = 4, c = -3$

a, b, c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{2^2 \times 2 \times 5}}{4}$

$= -1 \pm \frac{2\sqrt{2}\sqrt{5}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}} = -1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$

∴ $x = -1 - \sqrt{\frac{5}{2}}, -1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$ (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, $7x - 2 - 3x^2 = 0$

বা, $3x^2 - 7x + 2 = 0$ (iv)

এখন (i) নং সমীকরণের সাথে (iv) নং কে তুলনা করলে পাই,

$a = 3, b = -7, c = 2$

a, b, c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{6} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{7 \pm 5}{6} = \frac{7+5}{6}, \frac{7-5}{6}$

$= \frac{12}{6}, \frac{2}{6} = 2, \frac{1}{3}$

∴ $x = \frac{1}{3}, 2$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 12 মিটার বেশি এবং বাগানটির পরিসীমা 162 মিটার।

[কিনাইনহ কাডেট কলেজ]

ক. বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে যথাক্রমে x ও y ধরে উদ্দীপকটিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ কর।

খ. বাগানটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. সমাধান: $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}; x + y = 10$

ক আয়তাকার বাগানের প্রস্থ y মি. এবং দৈর্ঘ্য x মিটার ধরে উদ্দীপকটির গাণিতিক প্রকাশ: $2y = x + 12$
এবং $2(x + y) = 162$

খ ১ম শর্তমতে, $2y = x + 12$... (i)

২য় শর্তমতে, $2(x + y) = 162$

বা, $2x + 2y = 162$

বা, $2x + x + 12 = 162$ [সমীকরণ (i) থেকে]

বা, $3x = 162 - 12$

বা, $3x = 150$ ∴ $x = 50$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $2y = 50 + 12$

বা, $y = \frac{62}{2}$

∴ $y = 31$

∴ বাগানটির ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক
= 50×31 বর্গমিটার
= 1550 বর্গমিটার (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}$ (i)
 $x + y = 10$ (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}$

বা, $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = \frac{25}{4}$

বা, $\frac{x^2 + y^2 + 2xy}{4} = \frac{25}{4}$

বা, $\frac{(x+y)^2}{4} = \frac{25}{4}$

বা, $\frac{(10)^2}{4} = \frac{25}{4}$ [(ii) নং সমীকরণ থেকে]

বা, $\frac{100}{4} = \frac{25}{4}$

বা, $xy = 16$ (iii)

এখন, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 10^2 - 4 \cdot 16 = 100 - 64 = 36$

∴ $x - y = \pm 6$ (iv)

সমীকরণ (ii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$2x = 16$ যখন $x - y = 6$

∴ $x = 8$

আবার, $2x = 4$ যখন $x - y = -6$

∴ $x = 2$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 8$ তখন, $y = 10 - 8 = 2$

যখন, $x = 2$ তখন, $y = 10 - 2 = 8$

∴ নির্ণেয় সমাধান: (x, y) = (8, 2) বা, (2, 8)

প্রশ্ন ২০ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 3 : 4 : 5 এবং পরিসীমা 72। ত্রিভুজটির বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহু যথাক্রমে একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ। একটি বর্গের ক্ষেত্রফল, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

[বরিশাল সরকারি বদিকা মাধ্যমিক বিদ্যালয়]

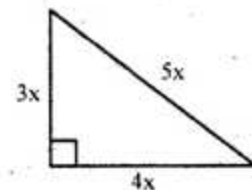
ক. আনুপাতিক চিত্র একে ত্রিভুজটি কোণ ভেদে কোন ধরনের? নির্ধারণ কর।

খ. বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বাড়ালে এবং প্রস্থ 5% কমালে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস/বৃদ্ধি পাবে?

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ত্রিভুজের বাহুত্রয় 3x, 4x এবং 5x একক



এখন, $(3x)^2 + (4x)^2 = 9x^2 + 16x^2 = 25x^2$

∴ $(3x)^2 + (4x)^2 = (5x)^2$

∴ ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

খ দেওয়া আছে, ত্রিভুজের পরিসীমা = 72
 $\therefore 3x + 4x + 5x = 72$
 বা, $12x = 72 \therefore x = 6$
 \therefore ক্ষুদ্রতম বাহু = $3 \times 6 = 18$ একক
 এবং বৃহত্তম বাহু = $5 \times 6 = 30$ একক
 প্রশ্নমতে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 30 একক এবং প্রস্থ = 18 একক
 \therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (30×18) বর্গ একক
 $= 540$ বর্গ একক
 \therefore বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 540 বর্গ একক
 \therefore বর্গক্ষেত্রের এক বাহু = $\sqrt{540}$ একক
 \therefore বর্গক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{2} \cdot \sqrt{540}$ একক = $\sqrt{1080}$ একক
 $= 32.863$ একক (Ans.)

গ 10% বৃদ্ধিতে,
 আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $(30 + 30 \times 10\%)$ একক
 $= \left(30 + \frac{30 \times 10}{100}\right)$ "
 $= (30 + 3)$ "
 $= 33$ একক
 5% হ্রাসে,
 আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $(18 - 18 \times 5\%)$ একক
 $= \left(18 - \frac{18 \times 5}{100}\right)$ "
 $= (18 - 0.9)$ "
 $= 17.1$ একক
 \therefore আয়তক্ষেত্রের পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = (33×17.1) বর্গ একক
 $= 564.3$ বর্গ একক
 \therefore ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $(564.3 - 540)$ বর্গ একক = 24.3 বর্গ একক
 \therefore ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় = $\frac{24.3}{540} \times 100$ বর্গ একক
 $= 4.5$ বর্গ একক
 সুতরাং ক্ষেত্রফল 4.5% বৃদ্ধি পায়। (Ans.)

প্রশ্ন ২১ রাহাতের একটি আয়তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগানটির প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশী এবং পরিসীমা 100 মিটার। বাগানটির ভিতরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধাতে তার প্রতি বর্গমিটারে 120 টাকা খরচ হয়।
 ক. বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দুইটি চলক ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।
 খ. সমীকরণ জোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
 গ. রাস্তাটি বাঁধাতে রাহাতের মোট কত টাকা খরচ হয়?

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনেকরি, বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার
 বাগানের প্রস্থ y মিটার

প্রশ্নমতে,
 $x = 2y - 10$
 $2(x + y) = 100$ (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই,
 $x = 2y - 10$
 $\therefore x - 2y + 10 = 0$ (i)
 এবং $2(x + y) = 100$
 $\therefore x + y - 50 = 0$ (ii)

(i) ও (ii) নং থেকে
 আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-2) \times (-50) - (1 \times 10)} = \frac{y}{1 \times 10 - 1 \times (-50)} = \frac{1}{1 \times 1 - (-2) \times 1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{100 - 10} = \frac{y}{10 + 50} = \frac{1}{1 + 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{90} = \frac{y}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{x}{90} = \frac{1}{3} \quad \text{এবং} \quad \frac{y}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{90}{3} \quad \text{বা, } y = \frac{60}{3}$$

$$\therefore x = 30 \quad \therefore y = 20$$

\therefore দৈর্ঘ্য 30 মিটার, প্রস্থ 20 মিটার (Ans.)

গ 'খ' থেকে প্রাপ্ত,
 বাগানের দৈর্ঘ্য = 30 মি., বাগানের প্রস্থ = 20 মি.
 \therefore বাগানের ক্ষেত্রফল = $30 \times 20 = 600$ বর্গ মি.
 রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = $(30 - 2 \times 2)$ মি. = 26 মি.
 " " " " প্রস্থ = $(20 - 2 \times 2)$ মি. = 16 মি.
 " " " " ক্ষেত্রফল = 26×16 বর্গ মি. = 416 বর্গ মি.
 \therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(600 - 416)$ বর্গ মি. = 184 বর্গ মি.
 \therefore রাস্তাটি বাঁধাতে রাহাতের মোট খরচ = (184×120) টাকা
 $= 22080$ টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ২২ একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 5 মিটার বেশি এবং এর পরিসীমা 80 মিটার। বাগানটির ভিতরে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধাতে প্রতি বর্গ মিটারে 120 টাকা খরচ হয়।

(পিরোজপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়)

ক. বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দুইটি চলক ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।
 খ. সমীকরণ জোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
 গ. রাস্তাটি বাঁধাতে মোট কত টাকা খরচ হবে তা নির্ণয় কর।

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বাগানের দৈর্ঘ্য x মি.
 এবং " " " " প্রস্থ y মি.
 \therefore বাগানের পরিসীমা = $2(x + y)$
 প্রশ্নমতে, $2(x + y) = 80$
 $\therefore x + y = 40$
 এবং $x = 2y - 5$ } (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই,
 $x + y = 40$
 বা, $x + y - 40 = 0$ (i)
 এবং $x = 2y - 5$
 বা, $x - 2y + 5 = 0$ (ii)
 (i)নং ও (ii)নং সমীকরণ থেকে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{1 \times 5 - (-2) \times (-40)} = \frac{y}{1 \times (-40) - 1 \times 5} = \frac{1}{1 \times (-2) - 1 \times 1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{5 - 80} = \frac{y}{-40 - 5} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-75} = \frac{y}{-45} = \frac{1}{-3}$$

$$\therefore x = \frac{-75}{-3} = 25$$

$$\text{এবং } y = \frac{-45}{-3} = 15$$

\therefore বাগানের দৈর্ঘ্য 25 মি. এবং বাগানের প্রস্থ 15 মি. (Ans.)

গ প্রদত্ত উদ্ভীপক হতে পাই,
 রাস্তা চওড়া 2 মি.

$$\text{রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}$$

$$= (25 \times 15) \text{ বর্গ মি.} = 375 \text{ বর্গ মি.}$$

$$\text{রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} = (25 - 2 \times 2) \text{ মি.}$$

$$= (25 - 4) \text{ মি.} = 21 \text{ মি.}$$

$$\text{রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ} = (15 - 2 \times 2) \text{ মি.}$$

$$= (15 - 4) \text{ মি.} = 11 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{রাস্তাবাদে ক্ষেত্রফল} = (21 \times 11) \text{ ব. মি.} = 231 \text{ ব. মি.}$$

$$\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (375 - 231) \text{ ব. মি.} = 144 \text{ ব. মি.}$$

$$\therefore \text{রাস্তা বাঁধাতে মোট খরচ} = (144 \times 120) \text{ টাকা}$$

$$= 17280 \text{ টাকা (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৩ কোন ভগ্নাংশের লবের সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়,

আবার হরের সাথে 8 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান $\frac{1}{2}$ হয়।

(আপকটী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়)

ক. ভগ্নাংশটিকে $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।

খ. সমীকরণ জোটটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর মানের সত্যতা যাচাই কর।

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

অর্থাৎ লব = x এবং হর = y

১ম শর্তমতে,

$$\frac{x+1}{y} = 1$$

$$\text{বা, } x+1=y$$

$$\text{বা, } x-y+1=0$$

২য় শর্তমতে,

$$\frac{x}{y+8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2x=y+8$$

$$\text{বা, } 2x-y-8=0$$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ জোড় $\begin{cases} x-y+1=0 \\ 2x-y-8=0 \end{cases}$ (Ans.)

খ 'খ' হতে পাই,

$$x-y+1=0 \dots\dots\dots(i)$$

$$2x-y-8=0 \dots\dots\dots(ii)$$

(1) ও (2)নং সমীকরণ জোড়ে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-1)(-8)-1(-1)} = \frac{y}{1.2-1.(-8)} = \frac{1}{1.(-1)-(-1).2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{8+1} = \frac{y}{2+8} = \frac{1}{-1+2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{9} = \frac{y}{10} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{x}{9} = 1$$

$$\text{বা, } x=9$$

$$\text{এবং } \frac{y}{10} = 1$$

$$\text{বা, } y=10$$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ = $\frac{9}{10}$ (Ans.)

গ $x-y+1=0 \dots\dots\dots(1)$

$$2x-y-8=0 \dots\dots\dots(2)$$

(1) হতে পাই,

$$-y = -x - 1$$

$$\text{বা, } y = x + 1 \dots\dots\dots(3)$$

(3) নং হতে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করি।

x	10	20	15
y = x + 1	11	21	16

সমীকরণটির লেখের তিনটি বিন্দু যথাক্রমে (10, 11), (20, 21), (15, 16)

(2)নং হতে পাই,

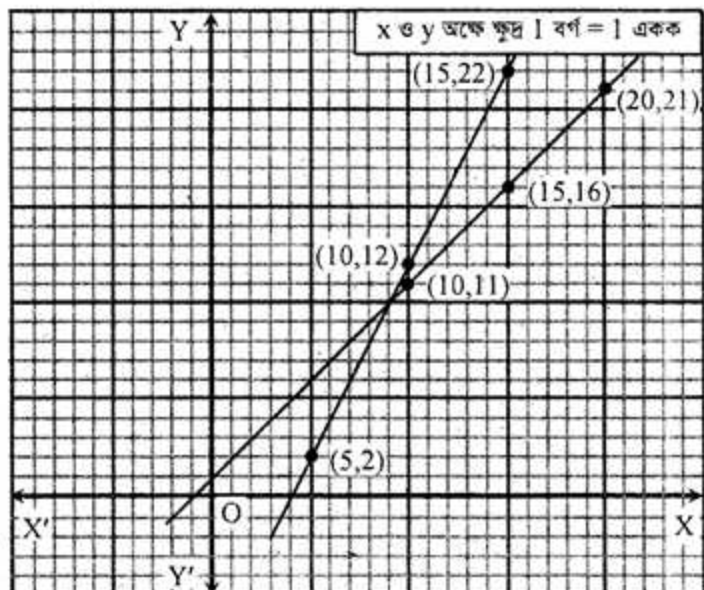
$$-y = -2x + 8$$

$$\text{বা, } y = 2x - 8 \dots\dots\dots(4)$$

(4)নং সমীকরণ হতে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করি।

x	5	10	15
y	2	12	22

∴ সমীকরণটির লেখের তিনটি বিন্দু যথাক্রমে (5, 2), (10, 12), (15, 22)



এখন ছক কাগজে XOY' কে x অক্ষ এবং YOY' কে y অক্ষ এবং O কে মূলবিন্দু বিবেচনা করি। ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 1। একক ধরে (3) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলি স্থাপন করি এবং একটি সরলরেখা দ্বারা যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। একইভাবে (4) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকেও স্থাপন করে উভয়দিকে বর্ধিত করি।

প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি পরস্পর (9, 10) বিন্দুতে ছেদ করে।

∴ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (9, 10)

'খ' এর প্রাপ্ত মান ও 'গ' এর প্রাপ্ত মান সমান।

∴ আড়গুণন পদ্ধতি ও লেখচিত্র পদ্ধতি উভয় পদ্ধতিতে প্রাপ্ত মান সমান।

প্রশ্ন ২৪ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$, $ax + by = a^2 + b^2$, যেখানে $a \neq b$

(সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, পটুয়াখালী)

ক. সমীকরণ জোড়টি সঙ্গতিপূর্ণ কিনা তা উল্লেখ কর এবং সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর।

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. যদি $a=2$, $b=3$ হয় তবে সমীকরণ জোড়ের সমাধান লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোড়: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$$ax + by = a^2 + b^2$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{a^2}$

y " " " " $\frac{1}{b^2}$

আমরা পাই, $\frac{1}{a^2} \neq \frac{1}{b^2}$

∴ সমীকরণ জোড়টি সঙ্গতিপূর্ণ।

সমীকরণ জোড়টির একটি মাত্র সমাধান আছে।

খ দেওয়া আছে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \dots\dots\dots(i)$

$$ax + by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই, $bx + ay = 2ab \dots\dots\dots(iii)$

সমীকরণ (iii) ও (ii) থেকে পাই,

$$bx + ay - 2ab = 0$$

$$ax + by - (a^2 + b^2) = 0$$

এখন, উপরিউক্ত সমীকরণদ্বয়ে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-a(a^2 + b^2) - b(-2ab)} = \frac{y}{a(-2ab) + b(a^2 + b^2)} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-a^3 - ab^2 + 2ab^2} = \frac{y}{-2a^2b + a^2b + b^3} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-a^3 + ab^2} = \frac{y}{-a^2b + b^3} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a(b^2 - a^2)} = \frac{y}{b(b^2 - a^2)} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{এখন } \frac{x}{a(b^2 - a^2)} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{এবং } \frac{y}{b(b^2 - a^2)} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{a(b^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$$

$$\text{বা, } y = \frac{b(b^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$$

$$\therefore x = a$$

$$\therefore y = b$$

∴ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (a, b) (Ans.)

গ $a=2$, $b=3$ হলে প্রদত্ত সমীকরণ জোড়:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \dots\dots\dots(iv)$$

$$2x + 3y = 13 \dots\dots\dots(v)$$

সমীকরণ (iv) নং থেকে পাই,

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = 2 - \frac{x}{2} \text{ বা, } \frac{y}{3} = \frac{4-x}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{12-3x}{2}$$

$$\therefore y = \frac{12-3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-2	0	6	2
y	9	6	-3	3

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে (-2, 9), (0, 6), (6, -3), (2, 3)

আবার সমীকরণ (v) নং থেকে পাই,

$$3y = 13 - 2x$$

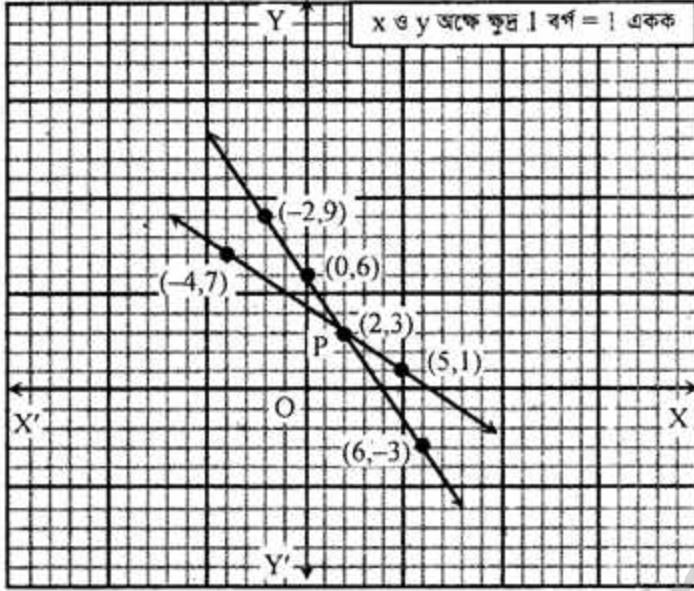
$$\text{বা, } y = \frac{13 - 2x}{3}$$

$$\therefore y = \frac{13 - 2x}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-4	2	5
y	7	3	1

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে (-4, 7), (2, 3) ও (5, 1) এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x অক্ষ এবং YOY' বরাবর y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (iv) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু চারটি (-2, 9), (0, 6), (6, -3) ও (2, 3) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা। একইভাবে, সমীকরণ (v) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি (-4, 7), (2, 3) ও (5, 1) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরল রেখা দুয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 3)।

\therefore নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (2, 3)

প্রশ্ন ২৫ $8x + 10y = 0$

$$5x + 4y = 0$$

[পুলিশ লাইস স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর]

ক. সমীকরণ জোড়টি পরস্পর নির্ভরশীল কি-না? এদের সমাধানের সংখ্যা কত?

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর।

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে দেখাও যে, লেখচিত্রটি মূল বিন্দুগামী।

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমীকরণদ্বয়: $8x + 10y = 0$

$$5x + 4y = 0$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{8}{5}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{4}$ বা $\frac{5}{2}$

আমরা পাই, $\frac{8}{5} \neq \frac{5}{2}$

\therefore অতএব প্রদত্ত সমীকরণজোড় সামঞ্জস্য পরস্পর নির্ভরশীল এবং সমীকরণের একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

খ সমীকরণদ্বয়: $8x + 10y = 0$ (i)

$$5x + 4y = 0$$
 (ii)

(i) হতে পাই, $8x = -10y$

$$\text{বা, } x = -\frac{10}{8}y$$

$$\text{বা, } x = -\frac{5}{4}y$$
 (iii)

x এর মান (ii)-এ বসাই, $5\left(-\frac{5}{4}y\right) + 4y = 0$

$$\text{বা, } \frac{-25}{4}y + 4y = 0$$

$$\text{বা, } \frac{-25y + 16y}{4} = 0$$

$$\text{বা, } -9y = 0$$

$$\text{বা, } y = 0$$

$y = 0$, (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = -\frac{5}{4} \times 0 \therefore x = 0$$

\therefore সমাধান : (x, y) = (0, 0)

গ $8x + 10y = 0$

$$\text{বা, } 10y = -8x$$

$$\text{বা, } y = -\frac{8}{10}x$$

$$\text{বা, } y = -\frac{4}{5}x$$

এখন x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর বিভিন্ন মান নির্ণয় করি।

x	5	10	15
y	-4	-8	-12

x ও y উভয় অক্ষ বরাবর 1 বর্গঘর = 1 একক ধরে (5, -4), (10, -8), (15, -12) বিন্দুগুলো বসিয়ে পর্যায়ক্রমে যোগ করলে দেখা যায় চিত্রটি একটি মূলবিন্দুগামী সরল রেখা।

আবার, $5x + 4y = 0$

$$\text{বা, } 4y = -5x$$

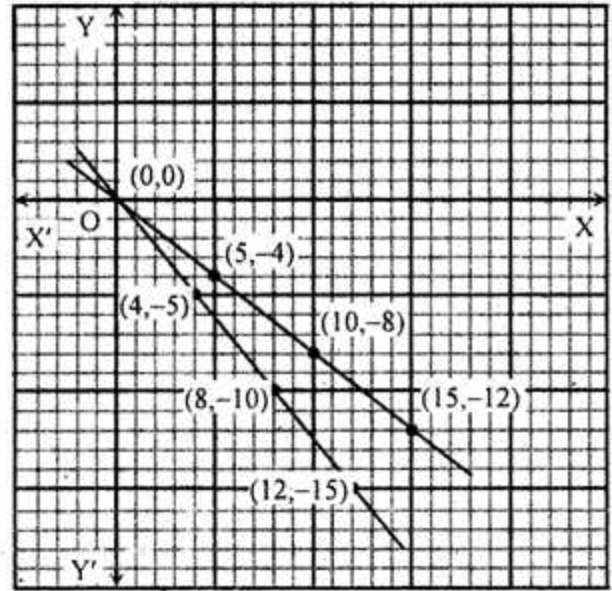
$$\text{বা, } y = -\frac{5}{4}x$$

এখন x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর বিভিন্ন মান নির্ণয় করি।

x	4	8	12
y	-5	-10	-15

পূর্বের ন্যায় (4, -5), (8, -10), (12, -15) বিন্দুগুলো ছক কাগজে বসিয়ে পর্যায়ক্রমে যোগ করলে আরেকটি মূল বিন্দুগামী সরলরেখা পাওয়া যায়। তাদের ছেদবিন্দু ও মূলবিন্দুতে (0, 0)।

\therefore লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী (দেখানো হলো)



প্রশ্ন ২৬ দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি দশক স্থানীয় অঙ্ক অপেক্ষা 2 বেশি। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা প্রদত্ত সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 6 কম হবে।

ক. চলক x ও y এর মাধ্যমে প্রদত্ত সংখ্যাটি ও স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি লিখ।

খ. প্রদত্ত সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত সংখ্যাটির দ্বিগুণ সংখ্যার অঙ্কদ্বয় যদি মিটারে কোনো আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে তবে ঐ আয়তাকার বাগানের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। কর্ণটিকে বর্গের বাহু ধরে বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্কটি = x

অতএব, একক স্থানীয় অঙ্কটি হবে = y

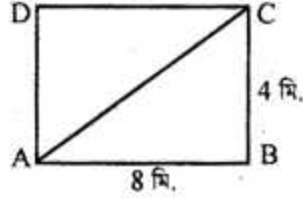
\therefore সংখ্যাটি = $10x + y$ (Ans.)

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে পরিবর্তিত সংখ্যাটি হবে = $10y + x$

খ মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্কটি = x
 অতএব, একমক স্থানীয় অঙ্কটি = $x + 2$
 \therefore সংখ্যাটি = $10x + x + 2$ বা, $11x + 2$
 অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে পরিবর্তিত সংখ্যাটি হবে
 $10(x + 2) + x$ বা, $11x + 20$
 প্রথমতে, $11x + 20 = 2(11x + 2) - 6$
 বা, $11x + 20 = 22x + 4 - 6$
 বা, $11x + 20 = 22x + 4 - 6$
 বা, $22x - 2 = 11x + 20$ [পক্ষান্তর করে]
 বা, $22x - 11x = 20 + 2$
 বা, $11x = 22$
 $\therefore x = \frac{22}{11} = 2$

\therefore সংখ্যাটি = $11x + 2 = 11 \times 2 + 2 = 24$
 \therefore নির্ণেয় সংখ্যা 24 (Ans.)

গ 'খ' থেকে পাই, প্রদত্ত সংখ্যা = 24
 প্রদত্ত সংখ্যার দ্বিগুন = $2 \times 24 = 48$
 দ্বিগুন সংখ্যার অঙ্কদ্বয় যথাক্রমে 8 ও 4
 \therefore বাগানের দৈর্ঘ্য = 8 মিটার
 এবং প্রস্থ = 4 মিটার



আয়তাকার বাগান ABCD

ইহার কর্ণ = AC

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \quad [\text{পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে}]$$

$$= \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$$

$$\therefore AC = 8.944 \text{ মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

আবার, AC কোনো বর্গের বাহু হলে,

$$\text{বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{2} \times AC = \sqrt{2} \times 8.944 \text{ মি.}$$

$$= 12.649 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৭ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার, দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে।

[সানফ্রান্সিসকো স্কুল এন্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী]

- ক. দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y ধরে সমীকরণ জোট গঠন করে।
 খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ জোটকে বক্র গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
 গ. 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ জোটকে লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান করে 'খ' হতে প্রাপ্ত ফলাফলের সত্যতা যাচাই কর।

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 1ম শর্তানুসারে, $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$ (i)

2য় শর্তানুসারে, $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$ (ii)

খ (i) নং সমীকরণ থেকে পাই—

$$xy + 3x - 5y - 15 - xy + 9 = 0$$

বা, $3x - 5y - 6 = 0$ (iii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই—

$$xy + 2x + 3y + 6 - xy - 67 = 0$$

বা, $2x + 3y - 61 = 0$ (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণে আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করি

$$3x - 5y - 6 = 0 \quad \text{..... (iii)}$$

$$2x + 3y - 61 = 0 \quad \text{..... (iv)}$$

$$\frac{x}{(-5)} \frac{y}{(-61)} \frac{1}{-3(-6)} = \frac{x}{2(-6)} \frac{y}{-3(-61)} \frac{1}{3.3 - 2(-5)}$$

বা, $\frac{x}{305 + 18} = \frac{y}{-12 + 183} = \frac{1}{9 + 10}$

বা, $\frac{x}{323} = \frac{y}{171} = \frac{1}{19}$

বা, $\frac{x}{17} = \frac{y}{9} = \frac{1}{1}$

$\therefore \frac{x}{17} = 1 \quad \therefore \frac{y}{9} = 1$

বা, $x = 17$ বা, $y = 9$

\therefore আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য, $x = 17$ মিটার

ও আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ, $y = 9$ মিটার (Ans.)

গ (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$xy + 3x - 5y - 15 - xy + 9 = 0$$

বা, $3x - 5y - 6 = 0$ (iii)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$xy + 2x + 3y + 6 - xy - 67 = 0$$

বা, $2x + 3y - 61 = 0$ (iv)

(iii) নং হতে পাই,

$$-5y = 6 - 3x$$

বা, $y = \frac{3x - 6}{5}$

এই সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2	7	12
y	0	3	6

(iii) নং সমীকরণের স্থানাঙ্কগুলো, (2, 0), (7, 3), (12, 6)

(iv) নং সমীকরণ হতে পাই, $3y = 61 - 2x$

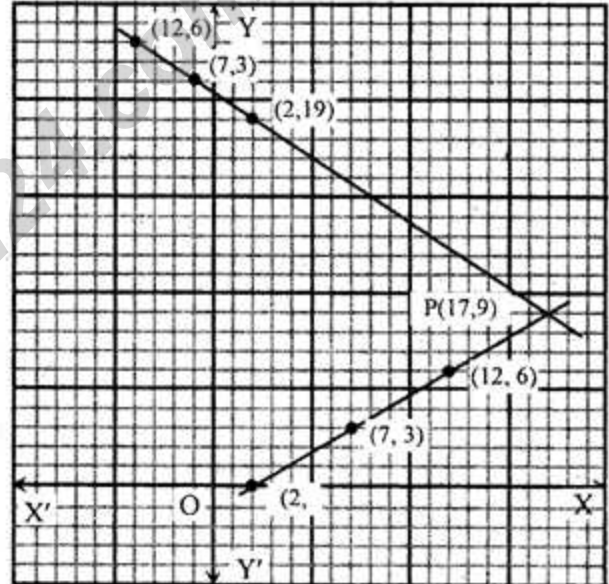
$$\text{বা, } y = \frac{61 - 2x}{3}$$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি

x	2	-4	-1
y	19	23	21

(iv) নং সমীকরণের স্থানাঙ্কগুলো, (2, 19), (-4, 23), (-1, 21)

ছক কাগজের XOX' বরাবর x-অক্ষ এবং YOY' বরাবর-y অক্ষ এবং ক্ষুদ্রতম প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে (iii) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (2, 0), (7, 3), (12, 6) বিন্দুগুলি স্থাপন করে যোগ করে বর্ধিত করি। আবার (iv) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (2, 19), (-4, 23), (-1, 21) বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি এবং বর্ধিত করি। যা (iii) নং সমীকরণে লেখচিত্রকে P বিন্দুতে ছেদ করে। P বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (17, 9)। যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ জোটের লেখচিত্রের সাধারণ বিন্দু P এর স্থানাঙ্ক (17, 9), যা 'খ' হতে প্রাপ্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মান নির্দেশ করে।

অতএব সমীকরণ জোটটি সত্য।

প্রশ্ন ২৮ $8x + 10y = 0$

$$5x + 4y = 0$$

[সেন্ট মরফাস্টিকা গার্লস হাইস্কুল, চট্টগ্রাম]

ক. সমীকরণ জোটটি পরস্পর কিরূপ এদের সমাধানের সংখ্যা কত?

খ. অপনয়ন পদ্ধতি সমাধান কর।

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে দেখাও যে, লেখচিত্রটি মূল বিন্দুগামী।

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $8x + 10y = 0$ (i)

$$5x + 4y = 0 \quad \text{..... (ii)}$$

এখানে, $\frac{8}{5} \neq \frac{10}{4}$; যা $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

কে সমর্থন করে।

সুতরাং সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ, পরস্পর অনির্ভরশীল এবং সমাধান সংখ্যা একটি।

খ 'ক' এর (i) নং কে 5 দ্বারা এবং (ii) নং কে 8 দ্বারা গুণ করে (i) নং থেকে

(ii) নং কে বিয়োগ করে পাই,

$$40x + 50y = 0$$

$$40x + 32y = 0$$

$$\underline{(-) \quad (-) \quad (-)}$$

$$18y = 0$$

$$\text{বা, } y = \frac{0}{18} = 0$$

$$\therefore y = 0$$

(ii) নং সমীকরণে $y = 0$ বসিয়ে পাই

$$5x + 4 \cdot 0 = 0$$

$$\text{বা, } 5x = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{0}{5} = 0$$

$$\therefore x = 0$$

\therefore নির্ণয় সমাধান $(x, y) = (0, 0)$ (Ans.)

'ক' এর (i) সমীকরণ হতে পাই,

$$y = -\frac{8x}{10} \dots\dots\dots (iii)$$

এখন (iii) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	5	-5
y	0	-4	4

\therefore সমীকরণের লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে

$(0, 0), (5, -4), (-5, 4)$

আবার (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$y = -\frac{5x}{4} \dots\dots (iv)$$

এখন (iv) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দু নির্ণয় করি।

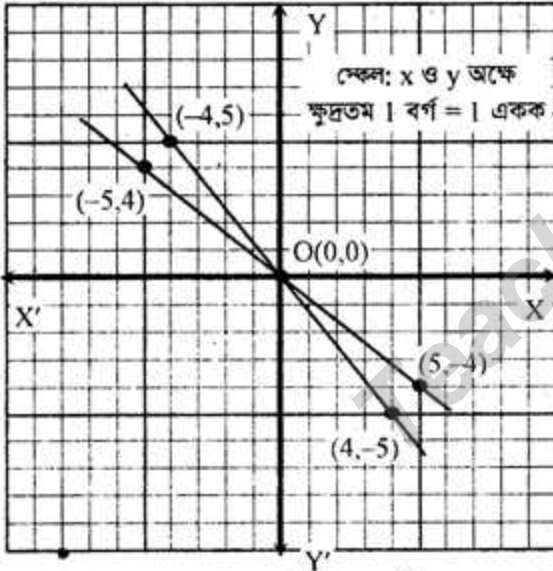
x	0	4	-4
y	0	-5	5

\therefore সমীকরণের লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে

$(0, 0), (4, -5)$ ও $(-4, 5)$

এখন ছক কাগজের XOY' বারবার x-অক্ষ ও YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ধরি। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (iii) থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর যুক্ত করি।

একইভাবে (iv) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং সংযুক্ত করি।



লেখচিত্র হতে দেখা যায়, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর মূলবিন্দুতে ছেদ করে। অর্থাৎ লেখচিত্রদ্বয় মূলবিন্দুগামী।

প্রশ্ন ২৯ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২ মিটার কম ও প্রস্থ ১ মিটার বেশি হলে, ক্ষেত্রফল ১০ বর্গ মি. কম হয়। আবার দৈর্ঘ্য ৪ মিটার বেশি এবং প্রস্থ ৩ মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল ১০৮ বর্গমিটার বেশি হয়।

[মাতৃশিক্ষিত সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে দুটি সমীকরণ গঠন কর।
 খ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ নির্ণয় কর।
 গ. আয়তের দৈর্ঘ্য ২৫% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ ২৫% হ্রাস পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে?

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মি. এবং প্রস্থ = y মি.
 ১ম শর্তানুসারে, $(x - 2)(y + 1) = xy - 10$ (i)
 ২য় শর্তানুসারে, $(x + 4)(y + 3) = xy + 108$ (ii)

- খ. 'ক' এর (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,
 $xy + x - 2y - 2 = xy - 10$
 বা, $xy + x - 2y - 2 - xy + 10 = 0$
 $\therefore x - 2y + 8 = 0$ (iii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,
 $xy + 3x + 4y + 12 - xy - 108 = 0$

$$\text{বা, } 3x + 4y - 96 = 0 \dots\dots\dots (iv)$$

(iii) নং কে ৩ দ্বারা গুণ করে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$$3x - 6y + 24 - 3x - 4y + 96 = 0$$

$$\text{বা, } -10y + 120 = 0$$

$$\text{বা, } 10y = 120$$

$$\therefore y = 12$$

(iii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 12 + 8 = 0 \quad \text{বা, } x - 24 + 8 = 0$$

$$\therefore x = 16$$

\therefore আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৬ মিটার ও প্রস্থ ১২ মিটার (Ans.)

গ. 'ক' নং থেকে পাই,
 আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার
 আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = y মিটার
 \therefore ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

$$\text{বৃদ্ধিপ্রাপ্ত দৈর্ঘ্যের পরিমাণ} = \left(x + x \times \frac{25}{100}\right) = \left(x + \frac{x}{4}\right) = \frac{5x}{4} \text{ মি.}$$

$$\text{হ্রাস প্রাপ্ত প্রস্থের পরিমাণ} = \left(y - y \times \frac{25}{100}\right) = \left(y - \frac{y}{4}\right) = \frac{3y}{4} \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{নতুন ক্ষেত্রফলের পরিমাণ} = \left(\frac{5x}{4} \times \frac{3y}{4}\right) \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= \frac{15xy}{16} \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল হ্রাস পায়} = \left(xy - \frac{15xy}{16}\right) \text{ বর্গমিটার} = \frac{xy}{16} \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{হ্রাসকৃত ক্ষেত্রফলের শতকরা পরিমাণ} = \left(\frac{\text{হ্রাস পাওয়া ক্ষেত্রফল}}{\text{পূর্বের ক্ষেত্রফল}} \times 100\right) \%$$

$$= \left(\frac{xy}{16} \times 100\right) \% = \frac{100}{16} \%$$

$$= \frac{25}{4} \% = 6.25\% \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩০ নিচের তথ্যটি লক্ষ্য কর এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:
 কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে ২২ যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান ৪ হয়। আবার হর থেকে ৪ বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান ১ হয়।

[দেবিছার রেয়াজউদ্দিন পাইলট মডেল উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা]

- ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।
 খ. সমীকরণ জোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) এর মান নির্ণয় কর।
 গ. সমীকরণ জোটের লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট
 ১ম শর্তানুসারে, $\frac{x + 22}{y} = 4$ (i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y - 4} = 1$ (ii)

খ. (i) নং সমীকরণ হতে পাই,
 $x + 22 = 4y$
 $\therefore x - 4y + 22 = 0$ (iii)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,
 $x = y - 4$
 $\therefore x - y + 4 = 0$ (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোটে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,
 $x - 4y + 22 = 0$ (iii)

$x - y + 4 = 0$ (iv)

$$\therefore \frac{x}{(-4) \cdot 4 - 22 \cdot (-1)} = \frac{y}{22 \cdot 1 - 4 \cdot 1} = \frac{1}{1 \cdot (-1) - (-4) \cdot 1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-16 + 22} = \frac{y}{22 - 4} = \frac{1}{-1 + 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{6} = \frac{y}{18} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{x}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{আবার, } \frac{y}{18} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{6}{3} \quad \text{বা, } y = \frac{18}{3}$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = 6$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 6)$ (Ans.)

'ক' হতে পাই, $\frac{x+22}{y} = 4 \quad \therefore y = \frac{x+22}{4}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	2	-2	-6
y	6	5	4

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে

$(2, 6), (-2, 5), (-6, 4)$

আবার 'ক' এর সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$\frac{x}{y-4} = 1$$

$$\text{বা, } x = y - 4$$

$$\therefore y = x + 4$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধা মতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

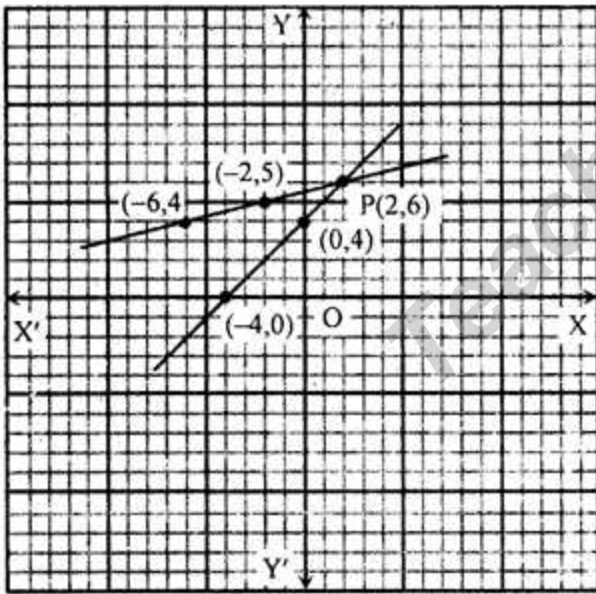
x	2	-4	0
y	6	0	4

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে

$(2, 6), (-4, 0), (0, 4)$

এখন ছক কাগজে XOY' বরাবর x-অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(2, 6), (-2, 5), (-6, 4)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(2, 6), (-4, 0), (0, 4)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরলরেখা দুয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 6)$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 6)$

'খ' এর প্রাপ্ত মান ও 'গ' এর প্রাপ্ত মান সমান।

\therefore সমীকরণ জোটটির সমাধান $(2, 6)$

প্রশ্ন ৩১ $2x + y = 8$

$$3x - 2y = 5$$

[কিনাইদহ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়; কানাইঘাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

ক. সমীকরণ জোট সজ্জাতিপূর্ণ কিনা ব্যাখ্যা কর এবং সমাধান সংখ্যা বের কর।

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান (x, y) এর প্রাপ্ত মান যাচাই কর।

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট,

$$2x + y = 8$$

$$3x - 2y = 5$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{2}$

$$\therefore \frac{2}{3} \neq \frac{-1}{2}$$

\therefore সমীকরণ জোটটি সজ্জাতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং এদের একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে। (Ans.)

খ. 'ক' এর সমীকরণদ্বয় হতে পাই,

$$2x + y - 8 = 0$$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণদ্বয় হতে পাই,

$$\frac{x}{1 \times (-5) - (-2) \times (-8)} = \frac{y}{(-8) \times 3 - 2 \times (-5)} = \frac{1}{2 \times (-2) - 3 \times 1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-5 - 16} = \frac{y}{-24 + 10} = \frac{1}{-4 - 3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = 1$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{3} = 1 \text{ বা, } x = 3$$

$$\text{আবার, } \frac{y}{2} = 1 \text{ বা, } y = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$ (Ans.)

গ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (i)$$

$$3x - 2y = 5 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$y = 8 - 2x$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	2	3	4
y	4	2	0

সমীকরণটির লেখের উপর কয়েকটি বিন্দু যথাক্রমে $(2, 4), (3, 2), (4, 0)$

আবার সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$2y = 3x - 5$$

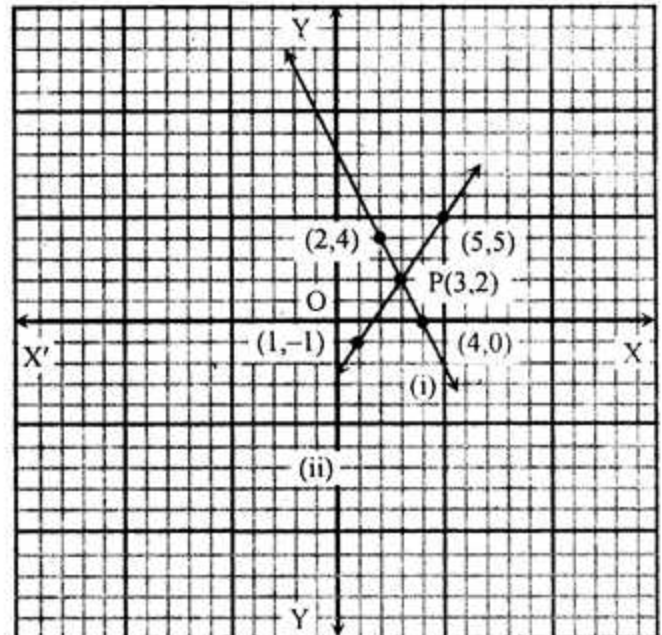
$$\text{বা, } y = \frac{3x - 5}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	1	3	5
y	-1	2	5

সমীকরণটির লেখের উপর কয়েকটি বিন্দু যথাক্রমে $(1, -1), (3, 2), (5, 5)$ এখন ছক কাগজের XOY' বরাবর x অক্ষ এবং YOY' বরাবর y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন ও যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি একটি সরলরেখা হবে।

একইভাবে সমীকরণ (ii) থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি এবং যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি সরলরেখা হবে।



মনেকরি, সরল রেখা দুয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্র হতে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 2)।

∴ নির্ণয় সমাধান: $(x, y) = (3, 2)$

∴ আড়গুণন পদ্ধতিতে প্রাপ্ত সমাধান ও লেখচিত্রের সাহায্যে প্রাপ্ত সমাধান একই। (Ans.)

প্রশ্ন ৩২ আট বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের আটগুণ ছিল। দশ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে।

ক. পিতা ও পুত্রের বয়স যথাক্রমে x ও y হলে আট বছর পূর্বে তাদের বয়স কত ছিল?

খ. প্রদত্ত শর্ত হতে দুটি বীজগাণিতিক সমীকরণ গঠন কর।

গ. বর্তমান পিতা ও পুত্রের বয়স কত?

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, পিতার বর্তমান বয়স = x বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স = y বছর

∴ আট বছর পূর্বে পিতার বয়স $(x - 8)$ বছর

এবং পুত্রের বয়স $(y - 8)$ বছর (Ans.)

খ প্রশ্নমতে, $(x - 8) = 8(y - 8)$

বা, $x - 8 = 8y - 64$

বা, $x = 8y - 64 + 8$

বা, $x = 8y - 56$

∴ $x - 8y = -56$

আবার, 10 বছর পর,

পিতার বয়স $(x + 10)$ বছর

এবং পুত্রের বয়স $(y + 10)$ বছর

আবার, প্রশ্নমতে, $x + 10 = 2(y + 10)$

বা, $x + 10 = 2y + 20$

বা, $x - 2y = 20 - 10$

∴ $x - 2y = 10$

অর্থাৎ $x - 8y = -56$

এবং $x - 2y = 10$

গ 'খ' হতে পাই,

$x - 8y = -56$ (i)

$x - 2y = 10$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$(x - 8y) - (x - 2y) = -56 - 10$

বা, $x - 8y - x + 2y = -66$

বা, $-6y = -66$

বা, $6y = 66$

∴ $y = 11$

অর্থাৎ পুত্রের বয়স 11 বছর

তখন, y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x - 2 \times 11 = 10$

বা, $x - 22 = 10$

বা, $x = 10 + 22$

∴ $x = 32$

অর্থাৎ পিতার বয়স 32 বছর

∴ 32 বছর এবং 11 বছর। (Ans.)

প্রশ্ন ৩৩ কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 11 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়।

[রাজবাড়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।

খ. সমীকরণ জোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় করে ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

∴ 1ম শর্তমতে, $\frac{x+11}{y} = 2$ (i)

2য় শর্তমতে, $\frac{x}{y-2} = 1$ (ii)

খ 'ক' এর (i) নং হতে পাই,

$x + 11 = 2y$

বা, $x - 2y + 11 = 0$ (iii)

(ii) নং হতে পাই,

$x = y - 2$

বা, $x - y + 2 = 0$ (iv)

(iii) নং ও (iv) নং আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে,

$\frac{x}{(-2)2 - 11(-1)} = \frac{y}{11 \times 1 - 1 \times 2} = \frac{1}{1(-1) - 1(-2)}$

বা, $\frac{x}{-4 + 11} = \frac{y}{11 - 2} = \frac{1}{-1 + 2}$

বা, $\frac{x}{7} = \frac{y}{9} = 1$

∴ $\frac{x}{7} = 1$

∴ $x = 7$

∴ সমাধান $(x, y) = (7, 9)$

∴ ভগ্নাংশটি $= \frac{7}{9}$ (Ans.)

অথবা, $\frac{y}{9} = 1$

∴ $y = 9$

গ 'খ' হতে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$x - 2y + 11 = 0$ (iii)

$x - y + 2 = 0$ (iv)

সমীকরণটি (iii) নং হতে পাই,

$-2y = -11 - x$

বা, $y = \frac{11+x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক পূরণ করি।

x	-1	1	3
y	5	6	7

সমীকরণটির লেখের তিনটা বিন্দু যথাক্রমে $(-1, 5)$, $(1, 6)$, $(3, 7)$

আবার, সমীকরণ (iv) নং হতে পাই,

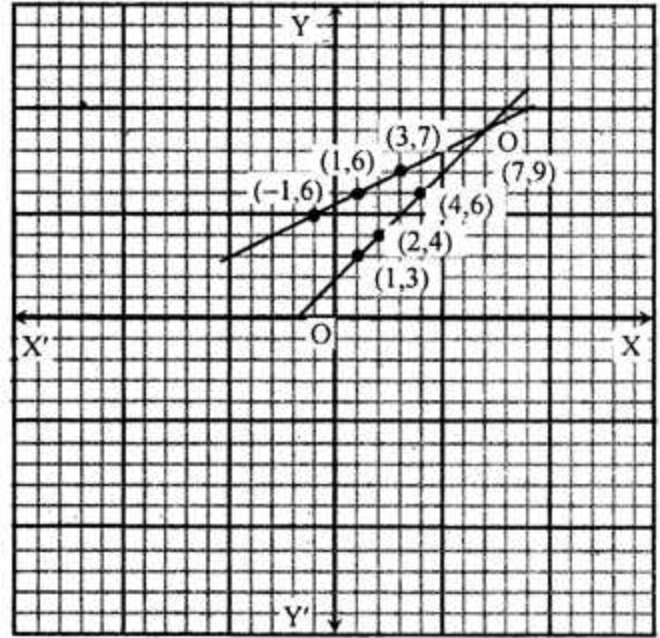
$-y = -x - 2$

∴ $y = x + 2$

সমীকরণ হতে x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর অনুরূপ মান নির্ণয় করি ও নিচের ছকটি পূরণ করি।

x	1	2	4
y	3	4	6

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(1, 3)$, $(2, 4)$ ও $(4, 6)$



প্রথম ছক কাগজের XOX' ও YOY' কে যথাক্রমে X ও Y অক্ষ ধরি এবং মূলবিন্দু O ধরে উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক কাগজে সমীকরণ (i) প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও যোগ করি। তাহলে লেখটি একটি সরলরেখা হবে।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এটিও একটি সরলরেখা হবে।

মনে করি, সরলরেখা দুয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্র হতে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (7, 9)।

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (7, 9)$

∴ খ হতে প্রাপ্ত মান ও (গ) এর প্রাপ্ত মান সমান। (সত্যতা যাচাই হলো)

প্রশ্ন ৩৪ দুটি সংখ্যা x ও y যেখানে x ও y এর সম্পর্কে $2x + y = 11$ এবং $3x - 2y = -1$; এই দুটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

[বরগুনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. সমীকরণ জোটটি সজাতিপূর্ণ কিনা ব্যাখ্যা কর এবং এর সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর।

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটি সমাধান কর এবং শুল্ক পরীক্ষা কর।

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে 'খ' এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর এবং ১ম সমীকরণ অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $2x + y = 11$ (i)

$3x - 2y = -1$ (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের x ও y এর সহগগুলো তুলনা করে পাই,

$$\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{-2}$$

সুতরাং সমীকরণদ্বয় সজাতিপূর্ণ এবং সমাধান সংখ্যা একটি।

খ এখানে, $2x + y = 11$

$3x - 2y = -1$

বা, $2x + y - 11 = 0$ (iii)

$3x - 2y + 1 = 0$ (iv)

(iii) নং ও (iv) নং সমীকরণ জোট আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(1)(1) - (-11)(-2)} = \frac{y}{(-11)(3) - (1)(2)} = \frac{1}{2(-2) - (3)(1)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{1 - 22} = \frac{y}{-33 - 2} = \frac{1}{-4 - 3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-21} = \frac{y}{-35} = \frac{1}{-7}$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = 1 \text{ [-7 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{3} = 1 \quad \text{এবং } \frac{y}{5} = 1$$

$$\therefore x = 3 \quad \therefore y = 5$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 5)$

শুল্ক পরীক্ষা : প্রাপ্ত সমাধান $(x, y) = (3, 5)$

(iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\text{বামপক্ষ} = 2(3) + 5 - 11 = 6 + 5 - 11 = 11 - 11 = 0$$

∴ ডানপক্ষ

(iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\text{বামপক্ষ} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 5 + 1 = 9 - 10 + 1 = 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

গ দেওয়া আছে, $2x + y = 11$ (i)

$3x - 2y = -1$ (ii)

(i) নং হতে পাই, $2x + y = 11$

$$\therefore y = -2x + 11 \text{ (v)}$$

(v) নং সমীকরণ থেকে x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর মান গুলো হিসেব করি।

x	-1	0	1	3
y	13	11	9	5

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$3x - 2y = -1$$

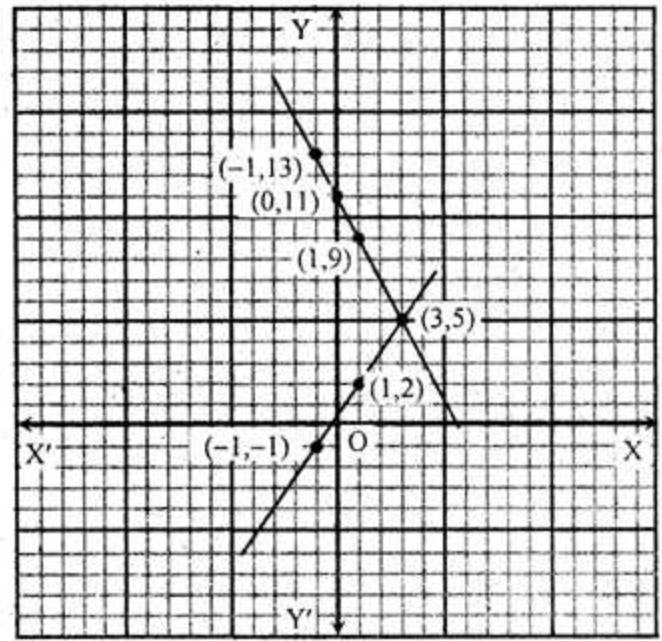
$$\text{বা, } 3x + 1 = 2y$$

$$\therefore y = \frac{3x + 1}{2} \text{ (vi)}$$

(iv) নং সমীকরণে x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর মান গুলো হিসেব করি।

x	-1	1	3
y	-1	2	5

ছক কাগজে প্রতি এক বর্গ সমান একক ধরে (v) নং ও (vi) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো বসাই এবং বিন্দুগুলো যোগ করি।



প্রাপ্ত সরল রেখাদ্বয়কে বর্ধিত করলে এরা পরস্পরকে (3, 5) বিন্দুতে ছেদ করে। যা (খ) হতে প্রাপ্ত সমাধান এর অনুরূপ।

আবার, ছক কাগজে প্রথম সমীকরণটি হতে প্রাপ্ত সরল রেখাটি x ও y অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজটি উৎপন্ন করে তার শীর্ষত্রয়ের স্থানাঙ্ক (0, 0), (0, 11) এবং (5.5, 0)।

∴ অর্থাৎ ত্রিভুজটির উচ্চতা = 11 একক

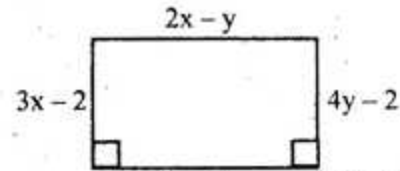
ভূমি = 5.5 একক

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}\right)$ বর্গএকক (Ans.)

$$= \left(\frac{1}{2} \times 5.5 \times 11\right) \text{ বর্গএকক} = 30.25 \text{ বর্গ একক}$$

∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = 30.25 বর্গএকক।

প্রশ্ন ৩৫



[বান্দরবান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. উদ্দীপক থেকে দুটি সমীকরণ তৈরি কর।

খ. সমীকরণদ্বয়কে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর।

গ. প্রাপ্ত x এর মান কোন বৃত্তের জ্যা এবং y এর মান ঐ জ্যা এর উপর কেন্দ্র হতে অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের চিত্রানুসারে, চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।

$$\therefore 3x - 2 = 4y - 2$$

$$\text{বা, } 3x - 4y = -2 + 2$$

$$\therefore 3x - 4y = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } 2x - y = 2y - 1$$

$$\text{বা, } 2x - y - 2y = -1$$

$$\therefore 2x - 3y = -1 \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয় নিম্নরূপ:

$$3x - 4y = 0 \text{ (i)}$$

$$2x - 3y + 1 = 0 \text{ (ii)}$$

$$\text{বা, } 3x - 4y + 0 = 0$$

$$2x - 3y + 1 = 0$$

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটির সমাধান নিম্নরূপ:

$$\frac{x}{(-4)(1) - 0} = \frac{y}{0 - (1)(3)} = \frac{1}{3(3) - (-4)(2)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4} = \frac{y}{-3} = \frac{-1}{-9+8}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4} = \frac{y}{-3} = -1$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = 1 \text{ [-1 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\therefore \frac{x}{4} = 1$$

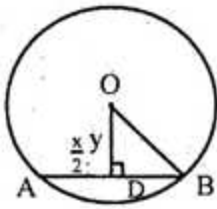
$$\therefore x = 4$$

$$\text{এবং } \frac{y}{3} = 1$$

$$\therefore y = 3$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 3)$ (Ans.)

গ



(খ) হতে পাই, $x = 4$; $y = 3$

মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট জ্যা $AB = x = 4$ একক

$OD \perp AB$

$\therefore OD = y = 3$ একক

যেহেতু $OD \perp AB$,

$\therefore BD = \frac{1}{2} AB$ [বৃত্তের কেন্দ্র হতে এর কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \text{ একক}$$

এখন, $\triangle OBD$ এ,

$OB^2 = OD^2 + BD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$$= (3)^2 + (2)^2 = 9 + 4 = 13$$

$\therefore OB = \sqrt{13} = 3.606$ একক (প্রায়)

\therefore বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.606 একক (প্রায়)। (Ans.)

প্রশ্ন ৩৬ $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 8$

$$\frac{5x}{4} - 3y = -3$$

[ইন্ডিয়ান ইন্সটিটিউট স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. সমীকরণদ্বয় সঙ্গতিপূর্ণ কিনা তা নির্ণয় কর।

খ. আড়া গুণন পদ্ধতিতে (x, y) এর মান নির্ণয় কর।

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে (x, y) এর প্রাপ্ত মান যাচাই কর।

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8$$

$$\frac{5}{4}x - 3y = -3$$

$$x \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{2}{5}$$

$$y \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত} = \frac{\frac{1}{3}}{-3} = -\frac{1}{9}$$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{2}{5} \neq -\frac{1}{9}$$

\therefore সমীকরণ জোড় সঙ্গতিপূর্ণ ও এর একটি মাত্র সমাধান আছে। (Ans.)

খ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8$

$$\text{বা, } \frac{3x + 2y}{6} = 8$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 48$$

$$\text{বা, } 3x + 2y - 48 = 0 \dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{5}{4}x - 3y = -3$$

$$\text{বা, } \frac{5x - 12y}{4} = -3$$

$$\text{বা, } 5x - 12y = -12$$

$$\text{বা, } 5x - 12y + 12 = 0 \dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং হতে আড়াগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$3x + 2y - 48 = 0$$

$$5x - 12y + 12 = 0$$

$$\frac{x}{2 \times 12 - (-48) \times (-12)} = \frac{y}{5 \times (-48) - 3 \times 12} = \frac{1}{3 \times (-12) - 5 \times 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{24 - 576} = \frac{y}{-240 - 36} = \frac{1}{-36 - 10}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-552} = \frac{y}{-276} = \frac{1}{-46}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-552} = \frac{1}{-46}$$

$$\therefore x = \frac{-552}{-46} = 12$$

$$\text{এবং } \frac{y}{-276} = \frac{1}{-46}$$

$$\therefore y = \frac{-276}{-46} = 6$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (12, 6)$ (Ans.)

গ

'খ' হতে পাই,

$$3x + 2y = 48 \dots\dots (i)$$

$$\text{এর } 5x - 12y = -12 \dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) নং হতে পাই,

$$3x + 2y = 48$$

$$\text{বা, } 2y = 48 - 3x$$

$$\text{বা, } y = \frac{48 - 3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y -এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি।

x	8	6	12
y	12	15	6

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(8, 12)$, $(6, 15)$, ও $(12, 6)$

আবার, সমীকরণ (ii) নং হতে পাই,

$$5x - 12y = -12$$

$$\text{বা, } 12y = 5x + 12$$

$$\therefore y = \frac{5x + 12}{12}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছক তৈরি করি।

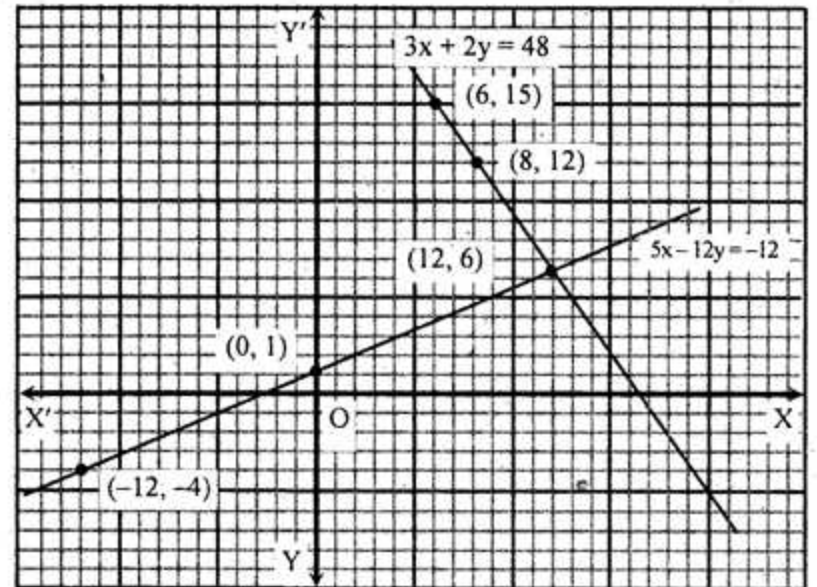
x	0	12	-12
y	1	6	-4

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে

$(0, 1)$, $(12, 6)$ ও $(-12, -4)$

এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x -অক্ষ এবং YOY' বরাবর y -অক্ষ এবং O কে মূলবিন্দু ধরি। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু চারটি $(8, 12)$, $(6, 15)$, $(12, 6)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(0, 1)$, $(12, 6)$ ও $(-12, -4)$ স্থাপন করে বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(12, 6)$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (12, 6)$

আড়াগুণন পদ্ধতিতে প্রাপ্ত মান ও লেখচিত্রের প্রাপ্ত মান একই।

(যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন ৩৭ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4 এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তার ও পূর্বের সংখ্যার যোগফল 110 এবং একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্ক হতে বড়।

[বাংলাদেশ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

- ক. কী শর্তে সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ এবং অসঙ্গতিপূর্ণ উল্লেখ কর।
খ. সমীকরণ গঠন করে আড়গুনন পদ্ধতিতে সমাধান করে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।
গ. লৈখিক পদ্ধতিতে সমাধানের সত্যতা যাচাই কর।

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমীকরণদ্বয়ের x-এর সহগদ্বয় = a_1, a_2

এবং y এর সহগদ্বয় = b_1, b_2

এবং ধ্রুবক পদদ্বয় = c_1, c_2

সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ হবে যদি

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \text{ এবং } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \text{ হয়}$$

আবার, সমীকরণ জোটটি অসঙ্গতিপূর্ণ হবে যদি

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \text{ হয়।}$$

খ ধরি, একক স্থানীয় অঙ্ক = x
দশক " " = y

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = x + 10y$$

$$1\text{ম শর্ত } x - y = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি} = 10x + y$$

$$2\text{য় শর্ত } (10x + y) + (x + 10y) = 110$$

$$\text{বা, } 11x + 11y = 110$$

$$\text{বা, } x + y = 10$$

$$\therefore x + y = 10 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$x - y - 4 = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

$$x + y - 10 = 0 \dots\dots\dots (iv)$$

এখন, (iii) নং ও (iv) নং সমীকরণ হতে আড়গুনন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-10) \times (-1) - \{1 \times (-4)\}} = \frac{y}{1 \times (-4) - \{1 \times (-10)\}} = \frac{1}{1 \times 1 - \{1 \times (-1)\}}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{10 + 4} = \frac{y}{-4 + 10} = \frac{1}{1 + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{14} = \frac{y}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{14}{2}$$

$$\therefore x = 7$$

$$\text{এবং } y = \frac{6}{2} = 3$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 7 + 10 \cdot 3 \\ = 7 + 30 \\ = 37$$

গ 'খ' হতে পাই,

$$x - y = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$x + y = 10 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$y = x - 4 \dots\dots\dots (iii)$$

(iii) নং সমীকরণের সাহায্যে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	5	8	12
y	1	4	8

(iii) নং সমীকরণের লেখের স্থানাঙ্কগুলো (5, 1), (8, 4), (12, 8)

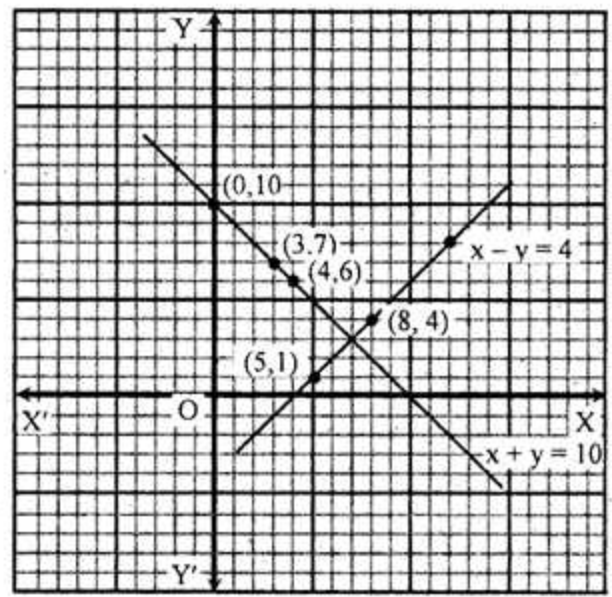
(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$y = 10 - x \dots\dots\dots (iv)$$

(iv) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	0	3	4
y	10	7	6

(iv) নং সমীকরণের স্থানাঙ্কগুলো (0, 10), (3, 7), (4, 6) ছক কাগজে XOY' বরাবর x অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং প্রতি ক্ষুদ্রতম বর্গ সমান এক একক ধরে (iii) নং সমীকরণের বিন্দুগুলি স্থাপন করে যোগ করি। যা একটি সরল রেখা। আবার (iv) নং সমীকরণের বিন্দুগুলি স্থাপন করে যোগ করি যা একটি সরলরেখা। রেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (7, 3)।



প্রশ্ন ৩৮ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$, $ax + by = a^2 + b^2$, যেখানে $a \neq b$

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

- ক. সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি এবং সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। 2
খ. আড়গুনন পদ্ধতিতে সমাধান কর। 8
গ. যদি $a = 2$, $b = 3$ হয়, তবে সমীকরণের সমাধান লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। 8

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$$ax + by = a^2 + b^2$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{a^2}$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{a}{a} = \frac{1}{a^2}$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{b^2}$$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{b}{b} = \frac{1}{b^2}$

$$\text{যেহেতু } a \neq b \therefore \frac{1}{a^2} \neq \frac{1}{b^2}$$

\therefore সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ এবং অনির্ভরশীল এবং একটি অনন্য সমাধান আছে।

খ সমীকরণদ্বয় $\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \\ ax + by = a^2 + b^2 \end{cases}$

$$\text{বা, } \begin{cases} bx + ay = 2ab \\ ax + by = a^2 + b^2 \end{cases}$$

$$\text{বা, } \begin{cases} bx + ay - 2ab = 0 \\ ax + by - (a^2 + b^2) = 0 \end{cases}$$

$$\text{আড়গুনন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,}$$

$$\frac{x}{a\{-(a^2 + b^2)\} - (-2ab)(b)} = \frac{y}{(-2ab)a - b\{-(a^2 + b^2)\}} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-a^3 - ab^2 + 2ab^2} = \frac{y}{-2a^2b + a^2b + b^3} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{ab^2 - a^3} = \frac{y}{b^3 - a^2b} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a(b^2 - a^2)} = \frac{y}{b(b^2 - a^2)} = \frac{1}{b^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = 1$$

$$\therefore x = a, y = b$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমাধান } (x, y) = (a, b) \text{ (Ans.)}$$

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \dots\dots\dots (i)$

$$2x + 3y = 13 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) নং থেকে পাই,

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = 2 - \frac{x}{2} \text{ বা, } \frac{y}{3} = \frac{4 - x}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{12 - 3x}{2}$$

$$\therefore y = \frac{12 - 3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-2	0	6	2
y	9	6	-3	3

∴ সমীকরণটির লেখের উপর চারটি বিন্দু যথাক্রমে (-2, 9), (0, 6), (6, -3), (2, 3)

আবার সমীকরণ (ii) নং থেকে পাই, $3y = 13 - 2x$

$$\text{বা, } y = \frac{13 - 2x}{3}$$

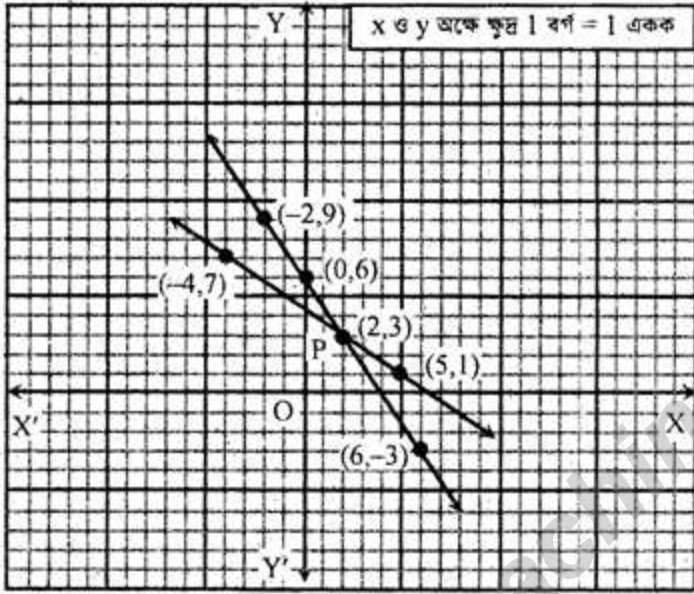
$$\therefore y = \frac{13 - 2x}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-4	2	5
y	7	3	1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে (-4, 7), (2, 3) ও (5, 1) এখন, ধরি ছক কাগজের XOY বরাবর x-অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু চারটি (-2, 9), (0, 6), (6, -3) ও (2, 3) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি (-4, 7), (2, 3) ও (5, 1) স্থাপন করে বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 3)।

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

প্রশ্ন ৩৯ $\begin{cases} 3x - 5y + 9 = 0 \\ 5x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$ একটি সমীকরণ জোট,

(চায়ডাঙ্গা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়)

ক. সমীকরণ জোট সংগতিপূর্ণ কিনা তা দেখাও এবং এর কয়টি সমাধান আছে?

খ. আড় গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটি সমাধান কর।

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$3x - 5y + 9 = 0$$

$$5x - 3y + 1 = 0$$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{5}$

$$y \text{ " " " " } = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{যেহেতু } \frac{3}{5} \neq \frac{5}{3}$$

অতএব, প্রদত্ত সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ এবং এর সমাধান সংখ্যা মাত্র একটি। (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $3x - 5y + 9 = 0$ (i)

$$5x - 3y + 1 = 0$$
 (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-5) \times (1) - (-3) \times (9)} = \frac{y}{5 \times 9 - (3 \times 1)} = \frac{1}{3 \times (-3) - 5 \times (-5)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-5 + 27} = \frac{y}{45 - 3} = \frac{1}{-9 + 25}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{22} = \frac{y}{42} = \frac{1}{16}$$

$$\text{বা, } x = \frac{22}{16} \text{ বা, } x = \frac{11}{8}$$

$$\text{এবং } y = \frac{42}{16} = \frac{21}{8}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = \left(\frac{11}{8}, \frac{21}{8}\right)$$

গ দেওয়া আছে,

$$3x - 5y + 9 = 0$$
 (i)

$$5x - 3y + 1 = 0$$
 (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$-5y = 9 + 3x$$

$$\therefore y = \frac{9 + 3x}{5}$$
 (iii)

(iii) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2	-3	7
y	3	0	6

(iii) নং সমীকরণের বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক (2, 3), (-3, 0), (7, 6)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$3y = 1 + 5x$$

$$\therefore y = \frac{1 + 5x}{3}$$
 (iv)

(iv) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

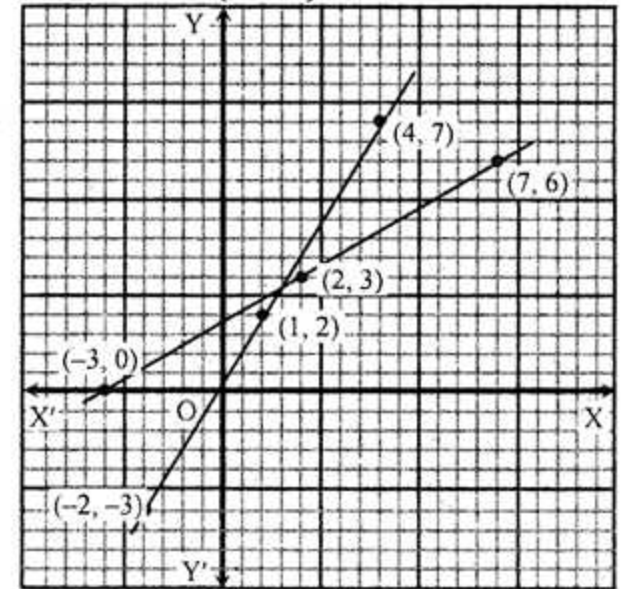
x	1	-2	4
y	2	-3	7

(iv) নং সমীকরণের বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক (1, 2), (-2, -3), (4, 7)

ছক কাগজে XOY বরাবর x-অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 ঘর সমান এক একক ধরে (iii) নং ও (iv) নং সমীকরণের বিন্দুগুলি স্থাপন করি।

(iii) নং সমীকরণের লেখচিত্র একটি সরল রেখা এবং (iv) নং সমীকরণের লেখচিত্র ও একটি সরল রেখা। সরলরেখা দুটি পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখচিত্র হতে দেখা যায়

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{11}{8}, \frac{21}{8}\right)$



$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = \left(\frac{11}{8}, \frac{21}{8}\right)$$

প্রশ্ন ৪০ আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার। যেখানে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সম্পর্কে $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 45$ এবং $\frac{5x}{4} - 3y = 40$ দুইটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

(স্কুল অব পরিবেশ ইন্টারন্যাশনাল, কুষ্টিয়া)

ক. সমীকরণ জোটটি অনির্ভরশীল কিনা যাচাই কর এবং ইহার কয়টি সমাধান আছে?

খ. বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ. যদি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 15% হ্রাস পায় তবে আয়তাকার বাগানটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

80 নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 45$ (i) -
 $\frac{5x}{4} - 3y = 40$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণে x এর সহগের অনুপাত = $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$

এবং y এর সহগের অনুপাত $\frac{\frac{1}{4}}{-3} = \frac{-3}{4}$

কিন্তু, $\frac{2}{5} \neq \frac{-3}{4}$

∴ সমীকরণ জোড়টি অনর্ভরশীল এবং একটি মাত্র সমাধান আছে। (Ans.)

খ 'ক' এর (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} - 45 = 0$

$\frac{5x}{4} - 3y - 40 = 0$

∴ বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$\frac{x}{\frac{1}{4} \cdot (-40) - (-3) \cdot (-45)} = \frac{y}{\frac{5}{4} \cdot (-45) - \frac{1}{2} \cdot (-40)} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot (-3) - \frac{5}{4} \cdot 4}$

বা, $\frac{x}{-10 - 135} = \frac{y}{-\frac{225}{4} + 20} = \frac{1}{\frac{-3}{2} - \frac{5}{16}}$

বা, $\frac{x}{-145} = \frac{y}{-\frac{225 + 80}{4}} = \frac{1}{\frac{-24 - 5}{16}}$

বা, $\frac{x}{-145} = \frac{y}{-\frac{145}{4}} = \frac{1}{\frac{16}{-29}}$

∴ $x = \frac{-145}{\frac{-29}{16}} = -145 \times \frac{16}{-29} = 80$

∴ $y = \frac{-145}{\frac{-29}{16}} = \frac{-145}{4} \times \frac{16}{-29} = 20$

∴ বাগানের দৈর্ঘ্য x = 80 মি.

এবং বাগানের প্রস্থ y = 20 মি.

গ 'খ' হতে পাই, দৈর্ঘ্য = 80 মি., প্রস্থ = 20 মি.

20% বৃদ্ধিতে, নতুন বাগানের দৈর্ঘ্য = দৈর্ঘ্য + বৃদ্ধিপ্ৰাপ্ত দৈর্ঘ্য
 = $(80 + 80 \times \frac{20}{100})$ মি. = $(80 + 8)$ মি. = 88 মি.

15% হ্রাসে, নতুন বাগানের প্রস্থ = প্রস্থ - হ্রাসকৃত প্রস্থ
 = $(20 - 20 \times \frac{15}{100})$ মি. = $(20 - 3)$ মি. = 17 মি.

∴ নতুন বাগানের ক্ষেত্রফল = (88×17) বর্গমি. = 1496 বর্গমি.

পূর্বে বাগানের ক্ষেত্রফল = (80×20) বর্গ মি. = 1600 বর্গ মি.

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল হ্রাস পেয়েছে

= পূর্বে বাগানের ক্ষেত্রফল - নতুন বাগানের ক্ষেত্রফল

= $(1600 - 1496)$ বর্গ মি. = 104 বর্গ মি.

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল হ্রাস = $\frac{\text{হ্রাসকৃত অংশ}}{\text{পূর্বে বাগানের ক্ষেত্রফল}} \times 100\%$
 = $\frac{104}{1600} \times 100\% = 6.5\%$ (Ans.)

প্রশ্ন 81 একজন ছাত্রী দোকান থেকে 5টি কলম ও 2টি খাতা 80 টাকা দিয়ে ক্রয় করল। 3টি কলমের মূল্য একটি খাতার মূল্য অপেক্ষা 4 টাকা বেশি।

[সরকারি এস. পি. বাদিকা উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]

ক. একটি খাতার মূল্য x টাকা এবং একটি কলমের মূল্য y টাকা ধরে সমীকরণ জোড় তৈরি কর।

খ. আড় গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোড়টির সমাধান কর।

গ. সমীকরণ জোড়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং লেখচিত্রের ছেদবিন্দু থেকে মূল বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

81 নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি খাতার মূল্য = x টাকা
 এবং একটি কলমের মূল্য = y টাকা

∴ 5টি কলমের মূল্য = 5y টাকা

2টি খাতার মূল্য = 2x টাকা

3টি কলমের মূল্য = 3y টাকা

প্রশ্নমতে, $2x + 5y = 80$

এবং $3y - x = 4$ (Ans.)

খ 'ক' থেকে পাই, $2x + 5y - 80 = 0$ (i)

$-x + 3y - 4 = 0$ (ii)

এখন (i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধানে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$\frac{x}{5 \times (-4) - (-80) \times 3} = \frac{y}{-80 \times (-1) - (-4) \times 2} = \frac{1}{(2 \times 3) - 5 \times (-1)}$

বা, $\frac{x}{-20 + 240} = \frac{y}{80 + 8} = \frac{1}{6 + 5}$

বা, $\frac{x}{220} = \frac{y}{88} = \frac{1}{11}$

অর্থাৎ $\frac{x}{220} = \frac{1}{11}$ এবং $\frac{y}{88} = \frac{1}{11}$

বা, $x = \frac{220}{11}$ এবং $y = \frac{88}{11}$

∴ $x = 20$ ∴ $y = 8$

∴ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (20, 8)

গ (i) নং সমীকরণ হতে $2x + 5y = 80$

বা, $2x = 80 - 5y$ বা, $5y = 80 - 2x$ ∴ $y = \frac{80 - 2x}{5}$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

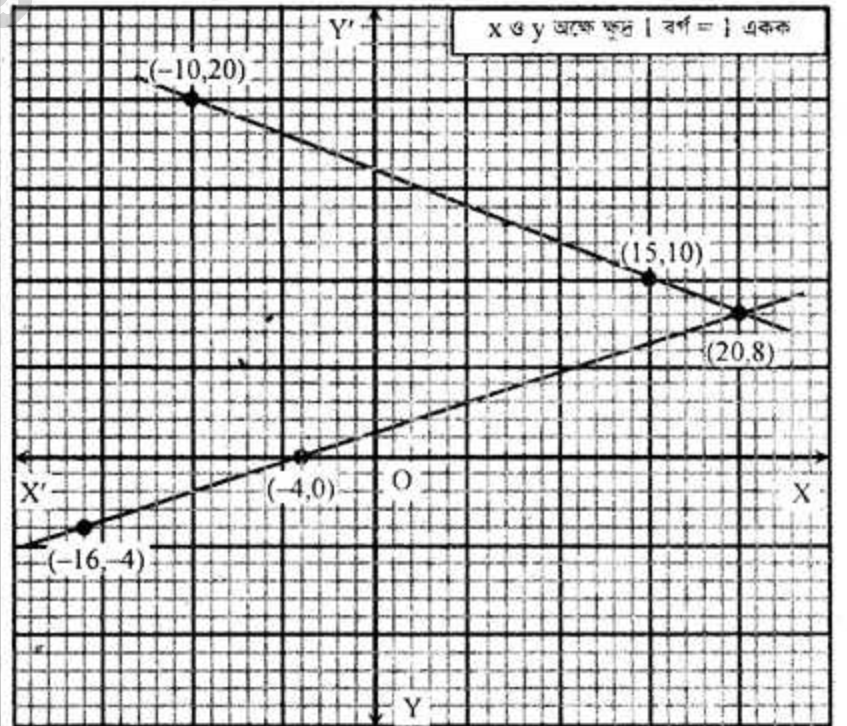
x	15	20	-10
y	10	8	20

এবং (ii) নং সমীকরণ হতে, $3y - x = 4$ ∴ $y = \frac{x + 4}{3}$

এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

x	-4	-16	20
y	0	-4	8

ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য এক একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।



প্রত্যেক সমীকরণের জন্য প্রাপ্ত সরলরেখা দুই (20, 8) বিন্দুতে ছেদ করে।

∴ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (20, 8)

প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে প্রাপ্ত মান এবং লেখের সাহায্যে প্রাপ্ত মান একই।

অতঃপর ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক (20, 8) এবং মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 0)

আমরা জানি, দুইটি বিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব

= $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

∴ ছেদবিন্দু (20, 8) থেকে মূলবিন্দুর দূরত্ব

= $\sqrt{(20 - 0)^2 + (8 - 0)^2} = \sqrt{(20)^2 + (8)^2} = \sqrt{400 + 64}$

= $\sqrt{464} = 21.54$ একক (Ans.)