

বিষয় : উচ্চতর গণিত ২য় পত্র (সৃজনশীল)

সময় : ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান—৫০

[বি.প্র. : প্রত্যেক বিভাগ থেকে কমপক্ষে ২টি সহ মোট ৫টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক-বিভাগ (বীজগণিত ও ত্রিকোণমিতি)

১. ▶ দৃশ্যকল্প-১: P একটি রাশি। যার মান $P = |x - 2|$
 - ক. $x = -4$ হলে, দেখাও যে, \sqrt{P} একটি অমূলদ সংখ্যা। ২
 - খ. দৃশ্যকল্প-১ এ $P < \frac{1}{5}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $|x^2 - 4| < \frac{21}{25}$ ৪
 - গ. দৃশ্যকল্প-২ এ ৫০০ টাকা মূলধন ব্যয়ে কত বুড়ি আম ও পেয়ারা ক্রয় করলে ঐ ব্যক্তি সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবেন? ৪
২. ▶ $\sin A + \sin B + \sin C = 0$, $f(x) = \sin x$
 - ক. $\cos^{-1}(-\sin x) - \cos^{-1}(\sin 3x)$ এর মান কত? ২
 - খ. $A = \theta$, $B = 2A$, $C = 3A$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 - গ. $(-2\pi, 2\pi)$ ব্যবধিতে $\sqrt{3} f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + f(x) = 1$ সমীকরণের সমাধান কর। ৪
৩. ▶ $P(x) = x^2 + px + qr$ এবং $Q(x) = x^2 + qx + pr$
 - ক. $p = 1$, $q = -1$, $x = 1$, $r = 0$ হলে $P(x) - Q(x) - 2i$ জটিল সংখ্যার মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর। ২
 - খ. যদি $P(x) = 0$ এবং $Q(x) = 0$ সমীকরণ দুইটির একটি সাধারণ মূল থাকে, তাহলে দেখাও যে, $p + q + r = 0$ যখন $p \neq q$ এবং $r \neq 0$. ৪
 - গ. $xP(x) = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ নির্ণয় কর। ৪
৪. ▶ $P(x) = (1 - 3x + 6x^2 - 10x^3 + \dots \dots \dots \infty)^n$
 - ক. $|P(x) + iy| = 6$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর, যখন $n = -\frac{1}{3}$ ২
 - খ. $P(x)$ এর বিস্তৃতিতে $(4r + 5)$ -তম পদের সহগ, $(2r + 1)$ -তম পদের সহগের সমান হলে r মান নির্ণয় কর, যখন $n = -\frac{10}{3}$. ৪
 - গ. $P(x)$ -এর বিস্তৃতিতে x^{15} এর সহগ নির্ণয় কর, যখন $n = \frac{1}{3}$ ৪

খ-বিভাগ (জ্যামিতি, বলবিদ্যা ও পরিসংখ্যান)

৫. ▶ দৃশ্যকল্প-১: নিম্নে একটি গণসংখ্যা তালিকা দেখানো হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99
গণসংখ্যা	10	15	20	10	5

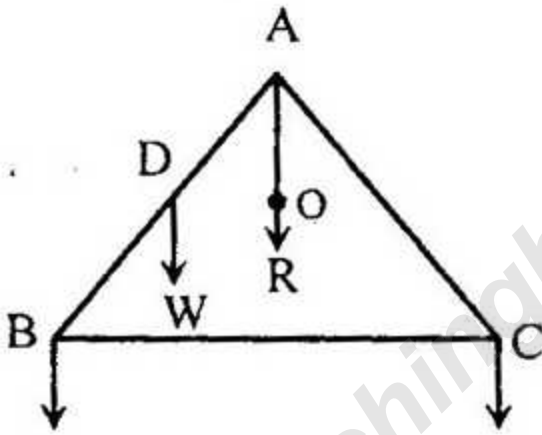
দৃশ্যকল্প-২: দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। ১ম ছক্কার পিঠ = x , ২য় ছক্কার পিঠ = y

ক. একটি থলিতে ৫টি সাদা এবং ২টি কালো বল আছে। অপর একটি থলিতে ২টি সাদা এবং ৭টি কালো বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক থলি থেকে একটি করে মোট ২টি বল তোলা হল। দুইটি বলের মধ্যে অন্তত: একটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। ২

খ. দৃশ্যকল্প-১ থেকে গড় ব্যবধান (M.D) নির্ণয় কর। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-২ থেকে $P(x + y \geq 7)$ নির্ণয় কর। ৪

৬. ▶



ΔABC এর পরিকেন্দ্র O এবং AB একটি মসৃণ তল যার D বিন্দুতে W ওজনের একটি বস্তু সাম্যাবস্থায় রয়েছে।

ক. Q ও R দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল। Q বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়াবিন্দুকে y দূরে সরালে, দেখাও যে, তাদের লব্ধি $\frac{Qy}{Q+R}$ দূরে সরে যাবে। ২

খ. P ও Q বলদ্বয় যথাক্রমে AB সমতলের দৈর্ঘ্য এবং ভূমির সমান্তরাল থেকে একক ভাবে W ওজনের বস্তুকে ধরে রাখতে পারলে প্রমাণ কর যে,
 $\frac{1}{P^2} - \frac{1}{Q^2} = \frac{1}{W^2}$ । ৪

গ. প্রমাণ কর যে, B ও C বিন্দুতে ক্রিয়ারত R বলের সমান্তরাল অংশকদ্বয়ের অনুপাত $\sin 2B : \sin 2C$ । ৪

৭. ▶ $S(-1, -1), A(-2, -2)$ দুটি বিন্দু এবং $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ক. $x^2 - 4y^2 - 6x + 5 = 0$ কণিকটির উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। ২

- খ. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যার উপকেন্দ্র S, উৎকেন্দ্রিকতা = e
এবং নিয়ামক রেখা $y - x + 2 = 0$ 8
- গ. উপকেন্দ্র S এবং শীর্ষবিন্দু A হলে, পরাবৃত্তের সমীকরণটি নির্ণয় কর। 8
৮. ► সুমন এবং সুজন ট্রেনযোগে ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের উদ্দেশ্যে যাত্রা করলো। ট্রেনটি সকাল 7 টায় ঢাকা ছাড়ল এবং দুপুর 3টায় চট্টগ্রাম পৌঁছাল। যাত্রাপথের প্রথম অংশ x সমত্বরণে এবং শেষ অংশ y সমমন্দনে যায়। চট্টগ্রাম পৌঁছার পর দুই জন একটি মাঠে ক্রিকেট খেলতে নামলো। সুমন ভূমির সাথে 30° কোণে 20মি./সে. বেগে একটি ক্রিকেট বল ছুঁড়ে মারলো এবং সুজন বলটি ধরে ফেললো।
- ক. 20মি./সে. বেগে নিষ্ফিষ্ট একটি বস্তুর একই অনুভূমিক পাল্লা R এর জন্য দুটি বিচরণকাল 2 এবং 4 সে. হয়, তবে অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর। 2
- খ. ঢাকা এবং চট্টগ্রামের মধ্যবর্তী দূরত্ব 260 কি.মি. হলে প্রমাণ কর যে,
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{65}$ 8
- গ. সুমন এবং সুজনের মধ্যবর্তী দূরত্ব 37 মিটার এবং সুমনের উচ্চতা 2 মিটার হলে সুজনের উচ্চতা নির্ণয় কর। উল্লেখ্য সুজন, সুমনের তুলনায় খর্বাকৃতির। 8

১. গ. 8 ঝড়ি আম ও 4 ঝড়ি পেয়ারা

২. ক. $4x$;

খ. $\frac{n\pi}{2}, 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$;

গ. $\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{-3\pi}{2}$

৩. ক. $2\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}$; গ. $3pqr - p^3$

৪. ক. $x^2 + y^2 + 2x - 35 = 0$; খ. 1; গ. -1

৫. ক. $\frac{7}{9}$; খ. 9.58;

গ. $\frac{7}{12}$

৬. ক. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

খ. $5x^2 + 5y^2 + 2xy + 16x + 8y + 8 = 0$

গ. $x^2 + y^2 - 8x - 8y - 2xy - 32 = 0$

৮. ক. 39.2 মি.; গ. 0.96 মি.

বিশেষ সূচী: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি ক' পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করে। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।

১. x এর বাস্তব মানের জন্য $6 + 5x - x^2 > 0$

হলে, x এর সীমা কত?

- (ক) $(-1, 6)$ (খ) $[-1, 6]$
(গ) $(-1, -6)$ (ঘ) $[-1, -6]$

২. $4 < x < 10$ কে পরমমানের সাহায্যে লিখলে
দাঁড়ায়—

- (ক) $|x - 5| < 7$ (খ) $|x - 7| < 3$
(গ) $|x + 3| > 7$ (ঘ) $|x + 3| < 7$

৩. $x = \sqrt[3]{1}$ সমীকরণের মূল তিনটির গুণফল কত?

- (ক) -1 (খ) 0
(গ) 1 (ঘ) $1 + i$

৪. $\frac{1+i}{2+i}$ কে $a + ib$ আকারে প্রকাশ করলে

কোনটি সঠিক?

- (ক) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$ (খ) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$
(গ) $\frac{3}{5} - \frac{1}{3}i$ (ঘ) $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}i$

৫. $(a + x)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ দুইটি হবে?

- (ক) 8^{th} ও 9^{th} পদ (খ) 6^{th} ও 7^{th} পদ
(গ) 5^{th} ও 6^{th} পদ (ঘ) 7^{th} ও 8^{th} পদ

৬. $(x^2 - \frac{1}{x})^{16}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান

কোনটি?

- (ক) ${}^{16}C_8$ (খ) ${}^{16}C_8 X^8$
(গ) ${}^{16}C_8 X^5$ (ঘ) ${}^{-16}C_8 X^{-2}$

৭. $z = a + ib$ হলে—

- i. $z + \bar{z}$ বাস্তব
ii. $|z| + |\bar{z}|$ জটিল
iii. $(\overline{z - \bar{z}})$ কাল্পনিক
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii

- (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮. $y = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots$ হলে নিচের
কোনটি সঠিক?

- (ক) $(1 + y) = (1 + x)^{-2}$
(খ) $(1 + y) = (1 + x)^{-1}$
(গ) $(1 + y) = (1 - x)^{-2}$
(ঘ) $(1 + y) = (1 + x)^{-3}$

৯. $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তটি $(3, -2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম
করলে তার উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হবে?

- (ক) $(\frac{2}{3}, 0)$ (খ) $(\frac{4}{5}, 0)$
(গ) $(\frac{2}{5}, 0)$ (ঘ) $(\frac{1}{3}, 0)$

$9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

উপরের তথ্যের আলোকে ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর
দাও:

১০. অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক কোনটি?

- (ক) $(\pm 3, 0)$ (খ) $(0, \pm 3)$
(গ) $(\pm 2, 3)$ (ঘ) $(0, \pm 2)$

১১. অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

- (ক) $\frac{9}{2}$ (খ) 9
(গ) $\frac{8}{3}$ (ঘ) $\frac{4}{3}$

১২. a মূলদ সংখ্যা হলে, $(x - a)^2 = 0$ দ্বিঘাত
সমীকরণের মূলদ্বয়—

- i. বাস্তব, সমান
ii. বাস্তব, মূলদ
iii. অবাস্তব, অসমান
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৩. $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় i ও 1

হলে অপরটি কত?

- (ক) $-i$ (খ) 0
(গ) -1 (ঘ) i

১৪. $x^2 + (2k + 4)x + (8k + 1) = 0$ সমীকরণের

মূলদ্বয় সমান হলে k এর মান কত?

- (ক) $-3, -1$ (খ) $3, 1$
(গ) $0, 3$ (ঘ) $3, -1$

১৫. $\tan(\tan^{-1}3 - \tan^{-1}2)$ এর মান—

- (ক) $-\frac{5}{7}$ (খ) $\frac{1}{7}$
(গ) $-\frac{1}{7}$ (ঘ) $\frac{5}{7}$

১৬. $\cos\theta = \cos\alpha$ হলে $\theta = ?$

- (ক) $\theta = 2n\pi + \alpha$ (খ) $\theta = 2n\pi \pm \alpha$
(গ) $\theta = n\pi \pm \alpha$ (ঘ) $\theta = n\pi + \alpha$

১৭. $P + Q + R = 0$ হলে—

- i. বল তিনটির লব্ধি শূন্য
ii. বল তিনটি সাম্যাবস্থায় আছে
iii. P ও Q দুইটি বল এবং R লব্ধি
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮. এক বিন্দুতে 45° কোণে ক্রিয়াশীল P ও $\sqrt{2}N$

বলের লব্ধি $\sqrt{10}N$ হলে P এর মান—

- (ক) $2N$ (খ) $3N$
(গ) $5N$ (ঘ) $7N$

১৯. একটি কণার উপর পরস্পর α কোণে

ক্রিয়াশীল P ও Q সমান্তরাল লব্ধি Q বলের
ক্রিয়ারেখার সাথে θ° কোণ উৎপন্ন করলে
 $\tan\theta = ?$

- (ক) $\frac{Q \sin\alpha}{P + Q \cos\alpha}$ (খ) $\frac{P \sin\alpha}{P + Q \cos\alpha}$

- (গ) $\frac{Q \sin\alpha}{Q + P \cos\alpha}$ (ঘ) $\frac{P \sin\alpha}{Q + P \cos\alpha}$

২০. 13cm ব্যবধানে দুইটি বিন্দুতে 12kg এবং
 8kg ওজনের দুইটি সমান্তরাল বল কার্যরত
আছে। এদের লব্ধি কত হবে যখন বল দুইটি
বিসদৃশ—

- (ক) 12 kg (খ) 4 kg
(গ) 20 kg (ঘ) 8 kg

২১. $y^2 = x$ কণিকের—

i. উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(\frac{1}{4}, 0)$

ii. উৎকেন্দ্রিকতা = 1

iii. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 1

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে যাত্রা শুরু করে
সমত্বরণে চলে চতুর্থ সেকেন্ডে 14m দূরত্ব
অতিক্রম করে। অষ্টম সেকেন্ডে কণাটি কত
মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে?

- (ক) 20 (খ) 30
(গ) 25 (ঘ) 40

২৩. কত ডিগ্রী কোণে নিষ্ফিষ্ট বস্তুর পাল্লা সর্বাধিক?

- (ক) 0° (খ) 30°
(গ) 45° (ঘ) 90°

২৪. একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপের
ক্ষেত্রে মোট নমুনা বিন্দু কয়টি হবে?

- (ক) 10 (খ) 8
(গ) 12 (ঘ) 4

২৫. উপাত্ত সেট $x - 3, x - 2, x + 1, x + 4, x + 5$
এর গড় ব্যবধান কত?

- (ক) 2.6 (খ) 3.6
(গ) 2.8 (ঘ) 3.8