

বিষয় : উচ্চতর গণিত ২য় পত্র (সৃজনশীল)

সময় : ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান—৫০

[বি.দ্র. : প্রত্যেক বিভাগ থেকে কমপক্ষে ২টি সহ মোট ৫টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

**ক-বিভাগ (বীজগণিত ও ত্রিকোণমিতি)**

১. ► একজন ব্যবসায়ী সর্বোচ্চ ২০,৮০০ ডলার বিনিয়োগ করে ৩০০ গর দোকানের জন্য মোবাইল সেট ও টেলিভিশন সেট মিলে ২০০ সেট কিনতে পারেন। মোবাইল সেট ও টেলিভিশন সেট প্রতিটির ক্রয়মূল্য যথাক্রমে ৮০ ডলার ও ২৪০ ডলার। প্রতি মোবাইল সেট ও টেলিভিশন সেটে লাভ যথাক্রমে ৪০ ডলার ও ৬০ ডলার।

ক.  $\frac{1}{|2x-1|} > 9$  অসমতাটি সমাধান কর। ২

খ. উদ্দীপকের উল্লেখিত শর্তসমূহের সাপেক্ষে অসমতাগুলো গঠন করে গ্রাফ কাগজে স্থাপন কর। ৪

গ. উদ্দীপকের শর্তসমূহের সাপেক্ষে ব্যবসায়ী কতগুলো মোবাইল সেট ও টেলিভিশন সেট ক্রয় করলে সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবেন। ৪

২. ►  $z = x + iy$  একটি জটিল সংখ্যা।

$x^2 - px + 6 = 0$ ,  $x^2 - 6x - 16 = 0$  দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক.  $|z + 3| = 4$  দ্বারা নির্দেশিত সঙ্কটরপথের সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দ্বিতীয় দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়  $\alpha$ ,  $\beta$  হলে  $(\alpha + \beta)$  এবং  $(\alpha - \beta)$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি গঠন কর। ৪

গ. উদ্দীপকের দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে  $p$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩. ►  $(p - 3x)^k$  একটি দ্বিপদী রাশি।

ক.  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$  এর বিস্তৃতি থেকে মধ্যপদটি নির্ণয় কর। ২

খ.  $(p - 3x)^k$  এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে  $q$ ,  $\frac{-21}{2}q$  ও  $\frac{189}{4}qx^2$  হলে,  $p$ ,  $q$  ও  $k$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের দ্বিপদী রাশিটিতে  $p = 1$  ও  $k = -\frac{1}{2}$  হলে, দেখাও যে,  $(p - 3x)^k$

এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ  $\frac{(2n)!}{(n!)^2} \left(\frac{3}{4}\right)^n$  ৪

৪. ►  $P(x) = \sin x$  একটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন এবং  $Q(x, y, z) = \cos^{-1} x + \tan^{-1} y - \tan^{-1} z$  একটি বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন।

ক. প্রমাণ কর যে,  $\sin^{-1} \alpha + \cos^{-1} \alpha = \frac{\pi}{2}$  ২

খ.  $x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ,  $y = \frac{1}{3}$ ,  $z = 2$  হলে দেখাও যে,  $Q$  এর মান  $\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{5}$  ৪

গ.  $0 < x < 2\pi$  ব্যবধিতে  $p(x) p(3x) = \frac{1}{2}$  সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

### খ-বিভাগ (জ্যামিতি, বলবিদ্যা ও পরিসংখ্যান)

৫. ► পরাবৃত্তের শীর্ষ  $(0, 2)$  এবং উপকেন্দ্র  $(2, 5)$

ক.  $x^2 - y^2 = 2$  অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের পরাবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের উপকেন্দ্রটি যদি উপবৃত্তের উপকেন্দ্র হয়, উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং নিয়ামকের সমীকরণ,  $x - y + 2 = 0$  উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

৬. ► ভূমির সাথে হেলানো একটি মসৃণ তক্তার উপর  $w$  ওজনের একটি বস্তুকে  $P_1$  ও  $P_2$  দুইটি বল আলাদাভাবে তক্তার উপর স্থির রাখতে পারে।

ক. একবিন্দুগামী দুইটি বলের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধি যথাক্রমে 10 কেজি ওজন ও 6 কেজি ওজন। যখন বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ  $60^\circ$  তখন এদের লব্ধির মান কত হবে? ২

খ. উদ্দীপকের  $P_1$  বলটি যদি তলের দৈর্ঘ্য বরাবর ক্রিয়া করে এবং  $P_2$  বলটি যদি ভূমির সমান্তরাল বরাবর ক্রিয়া করে, প্রমাণ কর যে,  $W = \frac{P_1 P_2}{\sqrt{P_2^2 - P_1^2}}$  ৪

গ. উদ্দীপকের  $P_1$  ও  $P_2$  বল দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল হইলে এবং বলদ্বয়কে  $AB$  একটি দণ্ডের  $A$  ও  $B$  প্রান্তে স্থাপন করা হইল।  $P_1$  বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়াবিন্দুকে  $s$  দূরত্বে সরালে দেখাও যে, এদের লব্ধি  $\frac{P_1 s}{P_1 + P_2}$  দূরত্বে সরে যাবে। ৪

৭. ► একজন ক্রিকেট খেলোয়াড়  $f$  সমত্বরণে সোজাসুজি চলে মাঠের একপ্রান্ত থেকে অপরপ্রান্তে পৌঁছে।

ক. 5 মি./সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে উড়ন্ত একটি বেলুন থেকে একখন্ড পাথর ফেলে দেয়া হল। পাথরখন্ডটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হলে, কত উঁচু থেকে পাথরখন্ডটি ফেলা হয়েছিল? ২

খ. উদ্দীপকের খেলোয়াড়টি  $t_1$  সময়ে  $x_1$  দূরত্ব এবং পরবর্তী  $t_2$  সময়ে  $x_2$  দূরত্ব

অতিক্রম করে। দেখাও যে,  $f = \frac{2 \left( \frac{x_2}{t_2} - \frac{x_1}{t_1} \right)}{t_1 + t_2}$  ৪

গ. উদ্দীপকের খেলোয়াড়টি মাঠের পার্শ্বে 40 মিটার উঁচু একটি টাওয়ারের চূড়া থেকে একটি ক্রিকেট বল 64 মিটার/সেকেন্ড বেগে এবং অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে নিক্ষেপ করল। বলটি টাওয়ারের পাদদেশ হতে কত দূরে ভূমিতে পড়বে? 8

৮. ► একটি ব্যাগে 2টি ছক্কা, ২য় ব্যাগে 4টি সাদা ও 3টি লাল এবং ৩য় ব্যাগে 3টি সাদা ও 7টি লাল বল আছে।

ক. 1 থেকে 20 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলি হতে একটি সংখ্যা খুঁজি নিলে সংখ্যাটি 3 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 2

খ. উদ্দীপকের দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনা ক্ষেত্রটি তৈরি কর এবং ছক্কা 5 উঠার সম্ভাবনা কত তা নির্ণয় কর। 8

গ. উদ্দীপকের ২য় ও ৩য় ব্যাগ থেকে লটারির মাধ্যমে একটি ব্যাগ বাছাই করা হল। ঐ ব্যাগ থেকে একটি বল টানা হইলে, বলটি লাল রঙের হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

১. ক.  $\frac{4}{9} < x < \frac{5}{9}; x \neq \frac{1}{2}$

খ.  $Z_{\max} = x + y$

$x + y \leq 200$

$80x + 240y \leq 20800$

$x \geq 0, y \geq 0$

গ. 170 টি মোবাইল সেট, 30 টি টেলিভিশন সেট

২. ক.  $x^2 + y^2 + 6x - 7 = 0$ ; খ.  $x^2 - 16x + 60 = 0$

গ.  $P = -5$  অথবা,  $\frac{35}{4}$

৩. ক. 12870; খ.  $p = 2, q = 128, k = 7$

৪. গ.  $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

৫. ক.  $2\sqrt{2}$ ; খ.  $2x + 3y + 7 = 0$

গ.  $3x^2 + 3y^2 + 2xy - 20x - 36y + 112 = 0$

৬. ক.  $\sqrt{84}$  কেজি ওজন

৭. ক. 440 মিটার

গ. 421.234 মিটার (প্রায়)

৮. ক.  $\frac{3}{10}$ ;

খ.  $\frac{11}{36}$ ;

গ.  $\frac{79}{140}$

বিশেষ স্টিকট্যা: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অজীকার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি ক' পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করো। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।।

১. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল  $\omega$  হলে,  
 $\omega^{3000} + \omega^{3001} + \omega^{3002}$  এর মান নিচের কোনটি?  
 (ক) ০ (খ) ১ (গ)  $\omega$  (ঘ)  $\omega^2$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:  
 $\frac{1}{\sqrt[3]{(1-3x)^2}}$  একটি দ্বিপদী রাশি।

২. রাশিটির বিস্তৃতিতে ৪র্থ পদের মান নিচের কোনটি?  
 (ক)  $-\frac{40}{3}x^3$  (খ)  $\frac{40}{3}x^3$   
 (গ)  $\frac{20}{3}x^3$  (ঘ)  $-\frac{20}{3}x^3$

৩. যদি বিস্তৃতি বৈধ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক?  
 (ক)  $|x| < 1$  (খ)  $|x| > 1$   
 (গ)  $|3x| > 1$  (ঘ)  $|3x| < 1$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x^3 - 5x^2 + 6x - 1 = 0$  বহুপদী সমীকরণের মূল তিনটি  $\alpha$ ,  $\beta$  এবং  $\gamma$  হলে—

৪.  $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$  এর মান নিচের কোনটি?  
 (ক)  $\frac{5}{2}$  (খ)  $\frac{1}{2}$  (গ)  $-3$  (ঘ)  $3$

৫.  $\sum \alpha^2$  এর মান নিচের কোনটি?  
 (ক)  $\frac{1}{4}$  (খ)  $-\frac{1}{4}$  (গ)  $4$  (ঘ)  $-4$

৬. ১, ২, ৪, ৬ তথ্যসারির পরিমিত ব্যবধান নিচের কোনটি?  
 (ক) ১.২৫ (খ) ১.৫৫ (গ) ১.৭৫ (ঘ) ১.৯২

৭. একটি পাত্রে ৫ টি লাল, ৪ টি সাদা, ২ টি কালো বল আছে। পাত্র থেকে ৩ টি বল দৈবভাবে নেয়া হলো। বল ৩ টি একই রঙের হবার সম্ভাবনা নিচের কোনটি?  
 (ক)  $\frac{10}{165}$  (খ)  $\frac{12}{165}$  (গ)  $\frac{14}{165}$  (ঘ)  $\frac{16}{165}$

৮.  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$  হলে কোনটি সঠিক?

- (ক) A ও B বর্জনশীল (খ) A ও B অবর্জনশীল  
 (গ) A ও B স্বাধীন (ঘ) A ও B অধীন

$\cos A + \cos B = 0$

উপরের উদ্দীপকের আলোকে (৯-১০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৯.  $A = 2 \tan^{-1} \frac{1}{3}$  এবং  $B = \cos^{-1} \left( \frac{4k}{5} \right)$  হলে k এর মান নির্ণয় কর?  
 (ক)  $\frac{4}{5}$  (খ)  $\frac{1}{3}$  (গ)  $-\frac{16}{25}$  (ঘ)  $-1$

১০.  $B = 3A$  হলে,  $A = ?$  [যেখানে  $n \in \mathbb{Z}$ ]  
 (ক)  $n\pi$  এবং  $\frac{n\pi}{2}$

(খ)  $n\pi + \frac{\pi}{2}$  এবং  $\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

(গ)  $(2n+1)\frac{\pi}{2}$  এবং  $2n\pi$

(ঘ)  $n\pi$  এবং  $(2n+1)\frac{\pi}{4}$

১১.  $\cot K = \frac{1}{2}$  হলে  $\cot \tan^{-1} \sec \sin^{-1} \cot K$  এর মান কত?  
 (ক)  $\frac{1}{2}$  (খ)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (গ)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (ঘ)  $2$

১২.  $\cot (2 \operatorname{cosec}^{-1} 2)$  এর মান কত?  
 (ক)  $\frac{1}{2}$  (খ)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (গ)  $\sqrt{3}$  (ঘ)  $0$

১৩. ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমাধানের ক্ষেত্রে—

(ক)  $\frac{1}{2}$  (খ)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (গ)  $\sqrt{3}$  (ঘ)  $0$

i.  $\sin \theta - 1 = 0$  হলে  $\theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$ ;  $n \in \mathbb{Z}$

ii.  $\cos \theta - 2 = 0$  হলে  $\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ ;  $n \in \mathbb{Z}$

iii.  $\tan \theta = \tan \frac{3\pi}{4}$  হলে  $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{4}$ ;  $n \in \mathbb{Z}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪.  $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-4)^2}{2} = 1$  কণিকটির ক্ষেত্রে—

- i. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 2  
 ii. উনুবন্দী অক্ষের দৈর্ঘ্য = 4  
 iii. শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 4), (-3, 4)  
 নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii                      খ) i ও iii  
 গ) ii ও iii                    ঘ) i, ii ও iii

১৫.  $y^2 = 6y + 1 - 4x$  পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক—

- ক)  $(-\frac{5}{2}, 3)$                       খ)  $(3, \frac{5}{2})$   
 গ)  $(-\frac{5}{2}, -3)$                     ঘ)  $(\frac{5}{2}, 3)$

১৬.  $x^2 = 4ky$  পরাবৃত্তটি (9, 2) বিন্দুগামী হলে, পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

- ক)  $\frac{81}{2}$     খ)  $\frac{81}{8}$     গ)  $\frac{27}{4}$     ঘ)  $\frac{27}{2}$

১৭.  $4x^2 = 2 - 6y^2$  কণিকটির উৎকেন্দ্রিকতা কোনটি?

- ক)  $\frac{\sqrt{5}}{6}$     খ)  $\sqrt{\frac{5}{6}}$     গ)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$     ঘ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

১৮. একটি বিড়াল 21 মিটার দূরে একটি ইঁদুর দেখে তাকে ধরার জন্য স্থিরাবস্থা থেকে 2 মি./সে.<sup>2</sup> সমত্বরণে দৌড়াতে লাগল। যদি ইঁদুরটি 20 মি./সে. সমবেগে দৌড়াতে থাকে, তবে কত সেকেন্ড পরে বিড়ালটি ইঁদুরটিকে ধরতে পারবে?

- ক) 20    খ) 21    গ) 24    ঘ) 30

১৯. একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তু 10 মিটার দূরে অবস্থিত 3 মিটারের একটি খাড়া দেওয়াল কোনো রকমে ভূমির সমান্তরালে অতিক্রম করতে 5 সে. সময় নেয়। বস্তুটির—

- i. আনুভূমিক পাল্লা 20 মিটার  
 ii. বৃহত্তম উচ্চতা 3 মিটার  
 iii. বিচরণ কাল 5 সে.

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii                      খ) ii ও iii

গ) i ও iii

ঘ) i, ii ও iii

২০.  $z = -3 + 3i$  জটিল সংখ্যার—

i. আর্গুমেন্ট  $\frac{3\pi}{4}$

ii. মডুলাস  $3\sqrt{2}$

iii. কাল্পনিক অংশ 3i

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i                              খ) ii

গ) i ও ii

ঘ) i, ii ও iii

২১.  $-8 < 3x < 6$  পরমমান চিহ্ন সহকারে প্রকাশ করলে অসমতাটি নিম্নের কোনটি হবে?

ক)  $|3x + 2| < 6$

খ)  $|3x + 1| < 7$

গ)  $|3x - 1| < 7$

ঘ)  $|3x - 1| < 8$

২২. যোগাশয়ী প্রোগ্রামিং সমাধানের জন্য কোনটি সর্বদাই সঠিক?

ক)  $x \geq 0, y > 0$

খ)  $x \geq 0, y < 0$

গ)  $x > 0, y > 0$

ঘ)  $x \geq 0, y \geq 0$

২৩. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত F ও 2F মানের বলদ্বয়ের লব্ধি F বলের ক্রিয়ারেখার উপর লম্ব হলে—

i. বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ  $120^\circ$

ii. লব্ধির মান  $\sqrt{3}F$  একক

iii. F বলের দিক বরাবর 2F বলের ধনাত্মক লম্বাংশ F

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

P ও Q ( $P > Q$ ) দুইটি বলের বৃহত্তম লব্ধি 8N এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 2N.

উদ্দীপকের আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২৪. P এর মান কোনটি?

ক) 2N

খ) 6N

গ) 5N

ঘ) 8N

২৫. বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ  $60^\circ$  হলে, লব্ধির মান কোনটি?

ক) 7N

খ) 3N

গ)  $\sqrt{13}N$

ঘ) 5N