

উচ্চতর গণিত: দ্বিতীয় পত্র (সৃজনশীল) বিষয় কোড :

২	৬	৬
---	---	---

সময় — ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান — ৫০

[বি.দ্র. : প্রত্যেক বিভাগ থেকে কমপক্ষে ২টি করে মোট ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক-বিভাগ (বীজগণিত ও ত্রিকোণমিতি)

১. ► একটি খাদ্য তৈরির কারখানায় দুইটি শাখা I ও II এর উভয়েই A, B ও C তিন ধরনের খাদ্য সরবরাহ করে।

শাখা দুইটির দৈনিক উৎপাদন ক্ষমতা নিম্নরূপ:

শাখা	A ধরনের খাদ্য	B ধরনের খাদ্য	C ধরনের খাদ্য
I	3000	1000	2000
II	1000	1000	6000

A, B ও C ধরনের খাদ্যের মাসিক চাহিদা যথাক্রমে 24000 kg, 16000 kg ও 48000 kg। I ও II শাখায় দৈনিক কার্য পরিচালনায় ব্যয় প্রতি এককে যথাক্রমে 600 টাকা ও 400 টাকা।

ক. $-6 \leq \frac{5x}{2} + 1 \leq 0$ কে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ করো। ২

খ. $1 \div |(x - I \text{ শাখায় } B \text{ ধরনের খাদ্য})| < (II \text{ শাখায় } C \text{ ধরনের খাদ্য})$ হলে, x এর ব্যবধি সংখ্যারেখায় প্রকাশ করো। [যেখানে $x \neq 1000$] 8

গ. সর্বনিম্ন কত ব্যয়ে শাখা দুইটি পরিচালনা করা যাবে? 8

২. ► $f(x) = 4x^2 - 6x + 1$

ক. $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$ এর 6 তম পদ নির্ণয় করো। ২

খ. $g(x) = f(x) - 4x^2$ হয় তবে দেখাও যে, $\{g(x)\}^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে (r + 1) তম পদের সহগ $\frac{(2r)!}{(r!)^2} \left(\frac{3}{2}\right)^r$ 8

গ. $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় $\alpha^2 + \frac{1}{\beta}, \beta^2 + \frac{1}{\alpha}$ হবে। 8

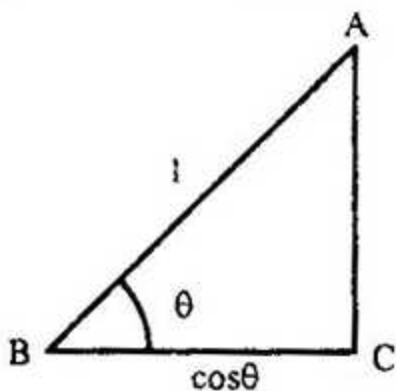
৩. ► $z_1 = a + ib$ এবং $z_2 = c + id$ দুইটি জটিল সংখ্যা।

ক. যদি $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা হয় তবে দেখাও যে, $p^2 - 4q - 1 = 0$ ২

খ. $\sqrt[3]{z_1} = z_2$ হলে, দেখাও যে, $4cd(c^2 - d^2) = ad + bc$ 8

গ. $x \oslash y = z_1 \oslash z_2$ হলে, প্রমাণ করো যে, $(c^2 + d^2) \frac{x}{y} + (a^2 + b^2) \frac{1}{y} = 2(bd + ac)$ 8

৪. ►



ক. মান নির্ণয় করো: $\sec^2(\tan^{-1}4) + \tan^2(\sec^{-1}3)$ ২

খ. যদি $\sin(\pi \cdot BC) = \cos(\pi \cdot AC)$ হয়, তবে দেখাও যে, $\theta = \pm \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ ৪

গ. যদি $BC - AC = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হয়, তবে $-\pi < \theta < \pi$ সীমার মধ্যে θ এর মানগুলো বের করো। ৪

খ-বিভাগ (জ্যামিতি, বলবিদ্যা ও পরিসংখ্যান)

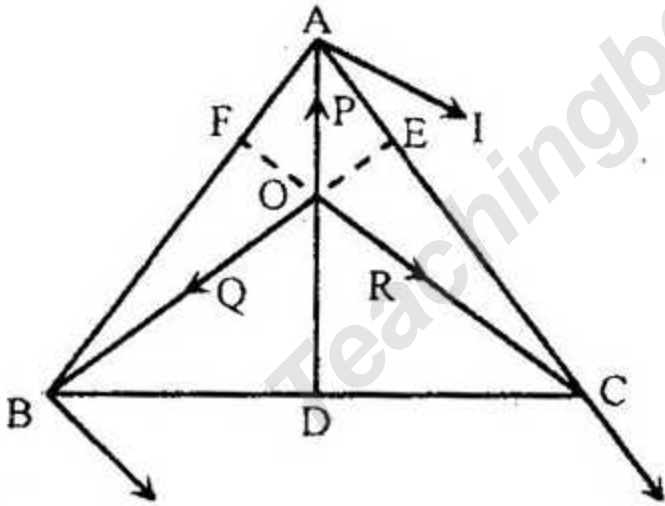
৫. ► কোন কণিকের উপকেন্দ্রদ্বয় যথাক্রমে $S(4, 2)$ ও $S'(8, 2)$ এবং কণিকের উপর $P(7, 2)$ যে কোন একটি বিন্দু।

ক. $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তটি $(5, -2)$ বিন্দুগামী হলে এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত কণিকটি একটি অধিবৃত্ত হলে এর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। ৪

গ. S ও S' কোন উপবৃত্তের উপকেন্দ্র হলে এবং উপবৃত্তের দিকাক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 16 একক হলে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করো। ৪

৬. ►



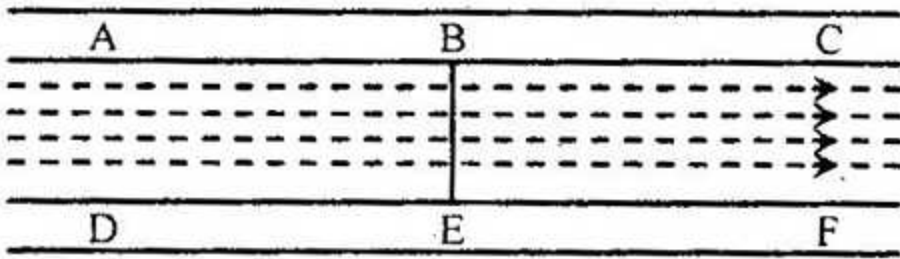
ক. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P, Q বলদ্বয়ের লব্ধি তাদের সমষ্টির এক-তৃতীয়াংশ হলে প্রমাণ করো যে, বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ $\alpha = \cos^{-1} \frac{PQ - 4(P^2 + Q^2)}{9PQ}$ ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সমবিন্দুগামী বলগুলো ত্রিভুজ ABC এর অন্তঃকেন্দ্র O তে সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করলে প্রমাণ করো যে,

$$P : Q : R = \cos \frac{A}{2} : \cos \frac{B}{2} : \cos \frac{C}{2}. \quad ৪$$

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সদৃশ্য সমান্তরাল বলগুলোর লব্ধি ত্রিভুজ ABC এর পরিকেন্দ্র O তে ক্রিয়াশীল হলে প্রমাণ করো যে, $l : m : n = \sin 2A : \sin 2B : \sin 2C.$ ৪

৭. ▶



ABC ও DEF নদীর দুই পাশে দুটি সরলরৈখিক রাস্তা। একজন ব্যক্তি ABC রাস্তার পাশে অবস্থিত একটি টাওয়ারের চূড়া হতে একখন্ড পাথর p মিটার নিচে পড়ার পর, অপর একখন্ড পাথর চূড়ার q মিটার নিচে হতে ফেলে দিলো। অপর এক ব্যক্তি একটি নৌকা নিয়ে t সময়ে নদীটি সোজাসুজি পাড়ি দিতে পারে এবং t_1 সময়ে স্রোতের অনুকূলে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

- ক. একটি বস্তু 24.5 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিষ্কপ্ত হলে, বস্তুটির ভ্রমণকাল কত? ২
- খ. শান্ত নদীতে নৌকার বেগ a এবং স্রোতের বেগ b হলে প্রমাণ করো যে,
 $t : t_1 = \sqrt{a+b} : \sqrt{a-b}$ ৪
- গ. যদি উভয় পাথর স্থিরাবস্থা হতে পড়ে এবং একই সঙ্গে ABC রাস্তার উপর পতিত হয় তাহলে প্রমাণ করো যে, টাওয়ারের উচ্চতা হবে $\frac{(p+q)^2}{4p}$ ৪

৮. ▶ উচ্চ মাধ্যমিক উচ্চতর গণিত বিষয়ে 100 জন শিক্ষার্থীর নম্বর নিম্নরূপ:

নম্বর ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	15	20	25	15	10	10

- ক. দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করলে লব্ধির মান নির্ণয় করো। ২
- খ. উদ্দীপকের ১ম হতে ৪র্থ শ্রেণিব্যাপ্তির শিক্ষার্থীর সংখ্যাগুলোর মধ্যবর্তী সংখ্যা হতে একটি সংখ্যা বাছাই করলে তা মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪
- গ. পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো। ৪

উত্তরমালা

উত্তরমালা

১. ক. $|5x + 8| \leq 6$

খ. $S = \left\{ x \in \mathbb{R} : x < \frac{5999999}{6000} \text{ অথবা } x > \frac{6000001}{600} \right\}$

গ. 7200 টাকা

২. ক. $-\frac{99}{x^3}$; গ. $16x^2 - 124x + 89 = 0$

৪. ক. 25; গ. $\frac{\pi}{12}, \frac{-7\pi}{12}$

৫. ক. $5x + 1 = 0$; খ. $3(x - 6)^2 - (y - 2)^2 = 3$

গ. $3(x - 6)^2 - 4(y - 2)^2 = 48$

৭. ক. 4.33 সেকেন্ড

৮. ক. $\sqrt{P^2 + Q^2}$; খ. $\frac{9}{19}$; গ. 16.43

বিশেষ স্টম্প: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি ক' পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করে। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।

১. এককের একটি কাল্পনিক ঘন মূল P হলে—

- i. $P + P^2 = -1$
- ii. $2P$ এর মডুলাস ২
- iii. P এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা P^2

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii
- খ) ii ও iii
- গ) i ও iii
- ঘ) i, ii ও iii

২. $Z = 4 - 3i$ একটি জটিল সংখ্যা এর আর্গুমেন্ট কোনটি?

- ক) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$
- খ) $-\tan^{-1} \frac{3}{4}$
- গ) $\pi - \tan^{-1} \frac{3}{4}$
- ঘ) $-\pi + \tan^{-1} \frac{3}{4}$

৩. $\frac{i}{1 - \frac{1}{1 - i}}$ এর মান কত?

- ক) $1 + i$
- খ) $1 - i$
- গ) -2
- ঘ) 2

৪. $a = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ হলে a^6 এর মান কত?

- ক) 1
- খ) -1
- গ) i
- ঘ) -i

৫. $\sqrt{-4} \times \sqrt{-1} =$ কোনটি?

- ক) -2
- খ) $\sqrt{2}$
- গ) $\pm\sqrt{2}$
- ঘ) $\sqrt{2}i$

৬. i^{4n+3} এর মান কোনটি?

- ক) -1
- খ) -i
- গ) 1
- ঘ) i

৭. $x^2 - 2x - 1 = 0$ এর মূলদ্বয়—

- i. বাস্তব
- ii. মূলদ
- iii. অসমান

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii
- খ) ii ও iii
- গ) i ও iii
- ঘ) i, ii ও iii

৮. $(3x^2 - \frac{1}{3x})^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কোনটি?

- ক) $\frac{-10}{3}$
- খ) $\frac{10}{3}$
- গ) $\frac{-5}{27}$
- ঘ) $\frac{5}{27}$

৯. $(a - 6b)^7$ এর বিস্তৃতিতে—

- i. শেষ পদ $= -6^7 b^7$
- ii. মোট পদ ৪টি
- iii. a^7 এর সহগ ৭

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii
- খ) ii ও iii
- গ) i ও iii
- ঘ) i, ii ও iii

১০. $(2x + \frac{1}{6x})^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ হলো—

- ক) $\frac{27}{28}$
- খ) $\frac{28}{27}$
- গ) 1
- ঘ) 3

১১. $(x^3 - 2 + \frac{1}{x^2})^6$ এর সম্প্রসারণে x বর্জিত পদটির মান কত?

- ক) 832
- খ) 924
- গ) 492
- ঘ) 294

১২. $(1 + 3x)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে ৫-তম এবং ৬-তম পদ সমান হলে x এর মান কোনটি?

- ক) $\frac{2}{5}$
- খ) $\frac{1}{3}$
- গ) $\frac{8}{25}$
- ঘ) $\frac{5}{18}$

১৩. $y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$ পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ কোনটি?

- ক) $y = 0$
- খ) $y + 2 = 0$
- গ) $5x - 7 = 0$
- ঘ) $x = 0$

১৪. $y = 2x + c$ রেখাটি $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ উপবৃত্তের

স্পর্শক হলে c এর মান কত?

- (ক) 7 (খ) 19
(গ) 25 (ঘ) কোনটিই নয়

১৫. $5y = x + 50$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হলে তার ফোকাস হবে—

- (ক) 1, 0)
(খ) 10, 0)
(গ) 2, 0)
(ঘ) 5, 0)

১৬. $\sec(\tan^{-1}2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3)$ এর মান—

- (ক) 5 (খ) 10
(গ) 15 (ঘ) 20

১৭. $\tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{8} + \tan^{-1}\frac{1}{18} = ?$

- (ক) $\sin^{-1}3$
(খ) $\cos^{-1}3$
(গ) $\tan^{-1}\frac{1}{3}$
(ঘ) $\cot^{-1}\frac{1}{3}$

১৮. $\cot(\sin^{-1}x)$ এর মান কোনটি?

- (ক) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ (খ) $\frac{1}{x}$
(গ) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (ঘ) x

১৯. একটি গাড়ি 8 kmh^{-1} বেগে চলছে। গাড়ি থেকে 16 kmh^{-1} বেগে ১টি বস্তু কোন দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি গাড়ির বেগের সাথে সমকোণে চলবে?

- (ক) 90° (খ) 120°
(গ) 135° (ঘ) 150°

২০. কোন স্তম্ভের শীর্ষ হতে 19.5 m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত কোন বস্তু 5 sec পরে স্তম্ভের পাদ দেশে পতিত হলে স্তম্ভের উচ্চতা কত?

- (ক) 20 m
(খ) 25 m
(গ) 30 m
(ঘ) 39 m

২১. 32 ft/sec আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা আনুভূমিক পান্না কত?

- (ক) 16 ft (খ) $32\sqrt{3} \text{ ft}$
(গ) 32 ft (ঘ) $16\sqrt{3} \text{ ft}$

২২. স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলে 1টি গাড়ি 4 sec এ 8 m/sec বেগ প্রাপ্ত হলে 2 সেকেন্ড পর গাড়ির বেগ কত?

- (ক) 2 m/sec
(খ) 4 m/sec
(গ) 8 m/sec
(ঘ) 20 m/sec

২৩. 3টি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলো। তিনটিতেই একই সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{18}$ (খ) $\frac{1}{6}$
(গ) $\frac{1}{216}$ (ঘ) $\frac{1}{36}$

২৪. 2 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোন একটি পূর্ণ সংখ্যা দৈবচয়নে নির্বাচন করলে সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{11}{38}$
(গ) $\frac{11}{39}$ (ঘ) $\frac{4}{13}$

২৫. একটি মুদ্রা পরপর তিন বার টস হলে পর্যায়ক্রমে হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাবনা—

- (ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) $\frac{1}{8}$ (ঘ) কোনটিই নয়