

উচ্চতর গণিত: দ্বিতীয় পত্র (সৃজনশীল) বিষয় কোড : 

২	৬	৬
---	---	---

সময় — ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান — ৫০

[বি.দ্র. : প্রত্যেক বিভাগ থেকে কমপক্ষে ২টি করে মোট ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

### ক-বিভাগ

১. ▶  $f(x) = \sin(\pi \cos x)$ ,  $g(x) = \cos(\pi \sin x)$ ,  $\sin \theta = \frac{12}{13}$

ক. প্রমাণ কর যে,  $\cot^{-1} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \sec^{-1} \frac{1+x}{1-x}$  ২

খ.  $f(x) = g(x)$  সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $\cot^{-1} \frac{3}{4} + \frac{\theta}{2} - \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} = \cot^{-1} \frac{2\theta}{23}$  ৪

২. ▶  $z_1 = a + ib$ ,  $z_2 = c + id$  এবং  $z_1 z_2 = p + iq$

ক. প্রমাণ কর যে,  $x^3 - 1 = 0$  সমীকরণের জটিল মূলদ্বয়ের একটি অপরটির বিপরীত। ২

খ. প্রমাণ কর যে,  $(c^2 + d^2) z_1^2 - 2(ac + bd) z_1 z_2 + (a + b^2) z_2^2 = 0$  ৪

গ.  $a = b = 1$  হলে,  $z_1$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর। ৪

৩. ▶  $h(x) = px^2 + qx + 1$ ,  $g(x) = qx^2 + px + 1$  এবং  $f(x) = ax^2 + bx + c$

ক.  $f(x) = 0$  এর মূল ও সহগ এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। ২

খ.  $h(x) = 0$  এবং  $g(x) = 0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে অপর মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $f(x) = 0$  এর একটি মূল  $cx^2 + bx + a = 0$  এর একটি মূলের দ্বিগুণ হলে দেখাও যে,  $2a = c$  অথবা,  $2a + c = \pm \sqrt{2}b$  ৪

৪. ▶ দৃশ্যকল্প ০১ : অভীষ্ট ফাংশন  $z = 2x + y$

শর্তসমূহ :  $x + 2y \leq 10$ ,  $x - 2y \leq 10$ ,  $x + y \leq 6$ ,  $x - y \geq 2$ ,  $x, y \geq 0$

দৃশ্যকল্প ০২:  $f(x) = \left(2x^2 + \frac{c}{x^3}\right)^{10}$

ক. প্রমাণ কর যে,  $|x - y| \geq ||x| - |y||$ , যেখানে  $x, y \in \mathbb{R}$  ২

খ.  $f(x)$  এর বিস্তৃতিতে  $x^5$  এবং  $x^{15}$  এর সহগ দুইটি পরস্পর সমান হলে,  $c$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে  $z$  এর সর্বোচ্চকরণ কর। ৪

## খ-বিভাগ

৫. ►  $\Delta ABC$  এর কৌণিক বিন্দু A, B ও C তে যথাক্রমে P, Q ও R মানের তিনটি সদৃশ সমান্তরাল বল ক্রিয়াশীল। P মানের বলটি ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়া বিন্দুকে x দূরত্বে সরানো হলো।

ক. কোন বস্তুকণার উপর ক্রিয়াশীল  $2P$ ,  $3P$  ও  $6P$  মানের বলত্রয় ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করতে সক্ষম কি-না ব্যাখ্যা কর। ২

খ. লব্ধি যে দূরত্বে সরে যায়, তা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি বলত্রয়ের লব্ধি ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্রে ক্রিয় করে তবে প্রমাণ কর যে,  $\frac{P}{a} = \frac{Q}{b} = \frac{R}{c}$  ৪

৬. ► একজন বোলার একজন ব্যাটসম্যান এর উদ্দেশ্যে বল ছুড়লেন, তা পিচে আঘাত করার পর  $9.8\text{m/sec}$  বেগে অনুভূমির সাথে  $45^\circ$  কোণে প্রক্ষিপ্ত হয়ে অপেক্ষাকৃত কম সময়ে  $0.49$  মিটার উঁচু স্ট্যাম্পের ঠিক উপর দিয়ে চলে যায় এবং তা অল্পক্ষণ পর উইকেট রক্ষকের পায়ে পড়ে।

ক. সমবেগে খাড়া উপরে উড়ন্ত বেলুন হতে একটি পাথর পড়ে গিয়ে  $10$  সেকেন্ড পর ভূমিতে আঘাত করে। পাথরটি যখন ভূমিতে আঘাত করে, তখন বেলুনের উচ্চতা কত? ২

খ. স্ট্যাম্প হতে উইকেট রক্ষকের পায়ে দূরত্ব কত? ৪

গ. বলটির বেগ কমিয়ে কত করা হলে অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে প্রক্ষিপ্ত হয়ে তা  $0.8 \text{ sec}$  পর স্ট্যাম্প আঘাত করলে ব্যাটসম্যানটি আউট হতেন? ৪

৭. ► উদ্দীপক-১ : উপকেন্দ্র  $(0, \pm 4)$  ও উৎকেন্দ্রিকতা  $= \frac{4}{5}$

উদ্দীপক-২ :  $f(x, y) = x^2 - 3y^2 - 2x - 8$

ক. একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র  $(3, 4)$  এবং শীর্ষবিন্দু  $(0, 0)$  পরাবৃত্তটির নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপক-১ এ বর্ণিত তথ্যের সাহায্যে কণিকটির সমীকরণ নির্ণয় করে অক্ষরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ.  $f(x, y) = 0$  কণিকটির নাম উল্লেখপূর্বক উহার উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্র ও উপকেন্দ্র নির্ণয় কর। ৪

৮. ► দশজন ছাত্রের বাংলা ও ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নের ছকে উপস্থাপন করা হল :

রোল নম্বর	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
বাংলা	52	35	47	65	70	32	40	55	60	54
ইংরেজি	67	40	20	25	32	54	34	44	51	43

প্রত্যেক বিষয়ে পাশ নম্বর = 40

ক.  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{3}{4}$  এবং A, B স্বাধীন ঘটনা হলে  $P(A \cap B)$  ও

$P(A \cup B)$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. নিরপেক্ষভাবে একজন ছাত্রকে নির্বাচন করা হলে তার উভয় বিষয়ে পাশের সম্ভাবনা নির্ণয় করে যে কোন একটি বিষয়ে পাশের সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. কোন বিষয়ে ছাত্ররা বেশি দক্ষতা অর্জন করেছে তা কারণসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

১. খ.  $\pm \frac{\pi}{4} + 2n\pi \pm \alpha$  যেখানে  $n \in \mathbb{Z}$  এবং  $\alpha = \cos^{-1} \frac{1}{2\sqrt{2}}$

২. গ.  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ (\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{2}} + i(\sqrt{2} - 1)^{\frac{1}{2}} \right\}$

৩. ক.  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ,  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ; খ.  $px^2 + x + 1 = 0$

৪. খ.  $c = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ ; গ. সর্বোচ্চ মান = 10

৫. খ.  $\frac{Px}{P+Q}$

৬. ক. 490 মি.; খ. 9.28m; গ. 9.065 মি./সে.

৭. ক.  $3x + 4y + 25 = 0$ ;

খ.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ ;  $x = 0, y = 0$

গ. অধিবৃত্ত,  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ;  $(1, 0), (1 \pm 2\sqrt{3}, 0)$

৮. ক.  $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}$ ; খ. 1;

গ. ছাত্রদের বাংলায় দক্ষতা বেশি।

উত্তরমালা

উত্তরমালা

*বিশেষ দ্রষ্টব্য: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোচ্চ উত্তরের বৃত্তটি ক' পয়েন্ট ক্রম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করো। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।।*

১. একটি মিনারের শীর্ষ হতে 19.5 মিটার/সেকেন্ড বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্ক্ষিপ্ত একটি বস্তু 5 sec পরে মিনারের পাদদেশে পতিত হয়। মিনারের উচ্চতা নির্ণয় করো।

- (ক) 15 মি.                      (খ) 25 মি.  
(গ) 50 মি.                      (ঘ) 220 মি.

২. a এর মান কত হলে  $(a + x)^5$  এর বিস্তৃতিতে  $x^3$  ও  $x^4$  এর সহগ পরস্পর সমান হবে?

- (ক) 3                      (খ) 1                      (গ)  $\frac{1}{2}$                       (ঘ)  $\frac{1}{3}$

৩.  $\cos\theta = -1$  হলে  $\theta$  কত?

- (ক)  $(2n - 1)\frac{\pi}{2}$                       (খ)  $(2n + 1)\frac{\pi}{2}$   
(গ)  $(2n + 1)\pi$                       (ঘ)  $(2n - 1)\pi$

৪.  $x^2 + 4x + 4 = 0$  এর মূলদ্বয়  $\alpha, \beta$  হলে এর মূলদ্বয়ের ঘন এর সমষ্টি কত?

- (ক) 112                      (খ) 16                      (গ) -16                      (ঘ) -112

৫. 1 থেকে 20 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলি হতে একটি সংখ্যা খুশিমত নিলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবার সম্ভাবনা কত?

- (ক)  $\frac{1}{4}$                       (খ)  $\frac{3}{20}$                       (গ)  $\frac{1}{5}$                       (ঘ)  $\frac{4}{5}$

৬. i. কোন তথ্যসারির পরিমিত ব্যবধানের বর্গকে ভেদাঙ্ক বলে।

ii. শ্রেণিকৃত তথ্যের ক্ষেত্রে যদি  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  তথ্যসারির গণসংখ্যা যথাক্রমে  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  হয় তবে

$$\text{পরিমিত ব্যবধান, } \sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

যেখানে গাণিতিক গড়  $\bar{x}$ ।

iii. শ্রেণিকৃত তথ্যের শ্রেণিব্যাপ্তি সমান হলে

$$\text{নতুন চলক, } d = \frac{x_i - a}{c},$$

যেখানে a = অনুমিত গড়

c = শ্রেণি ব্যবধান

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii                      (খ) ii ও iii  
(গ) i ও iii                      (ঘ) i, ii ও iii

৭. কোন তথ্যসারির পরিসরকে এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের যোগফল দ্বারা ভাগ করলে যে একক মুক্ত সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে ঐ তথ্যসারির কি বলা হয়?

- (ক) চতুর্থক                      (খ) পরিসরাঙ্ক  
(গ) গড় ব্যবধানঙ্ক                      (ঘ) পরিমিত ব্যবধান

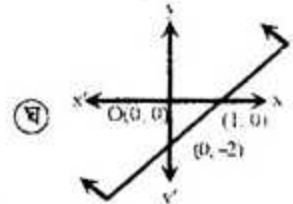
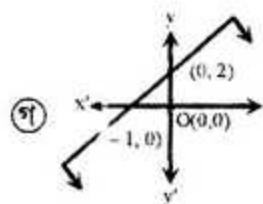
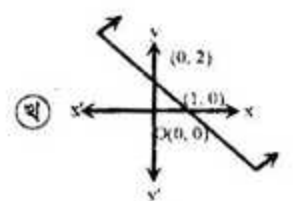
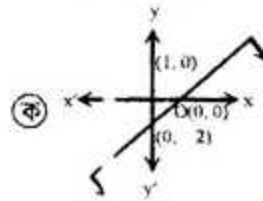
৮. যদি  $S = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x^2 \leq 81\}$  হয় তবে Sup S এর মান কত?

- (ক) 2                      (খ) 4                      (গ) 9                      (ঘ) 81

উদ্দীপকের আলোকে ৯ এবং ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$\begin{aligned} 2x - y - 2 &\geq 0 \\ x &\leq 4 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

৯. উদ্দীপকের প্রথম অসমতাটি নিচের কোন লেখচিত্র নির্দেশ করে?



১০.  $F = 3x + 2y$  এর সর্বোচ্চ মান কোনটি?

- (ক) 26                      (খ) 24                      (গ) 12                      (ঘ) 2

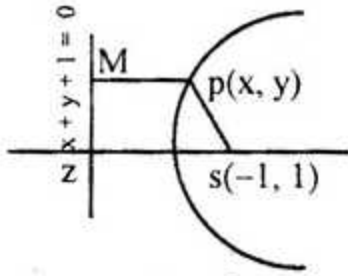
১১.  $\cos^{-1} \sin \cot^{-1} \sqrt{3}$  এর মান কত?

- (ক)  $\sqrt{3}$                       (খ)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                       (গ)  $\frac{\pi}{6}$                       (ঘ)  $\frac{\pi}{3}$

১২.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \infty$  ধারাটির মান কত?

- (ক)  $\frac{1}{3}$                       (খ)  $\frac{2}{9}$                       (গ) 1                      (ঘ) 2

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১৩. পরাবৃত্তের অক্ষরেখার সমীকরণ কোনটি?

- ক)  $x + y = 0$       খ)  $x - y + 2 = 0$   
 গ)  $x - y - 2 = 0$       ঘ)  $x - y = 0$

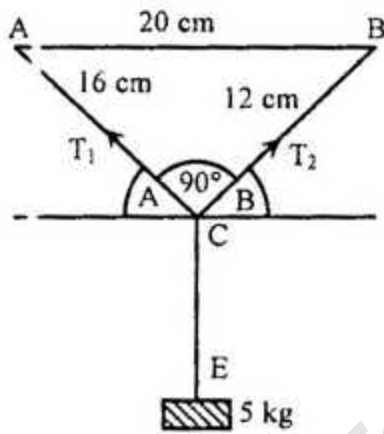
১৪. পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক দৈর্ঘ্য কত?

- ক)  $\sqrt{2}$       খ) 1      গ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       ঘ)  $\frac{1}{2}$

১৫. তিনটি সমমানের বল ক্রিয়া করে একটি বস্তুকণাকে সাম্যাবস্থায় রাখে। বলগুলির মধ্যবর্তী কোণ কত?

- ক)  $60^\circ$       খ)  $120^\circ$       গ)  $90^\circ$       ঘ)  $150^\circ$

১৬.



$T_1$  বশিতে টানের পরিমাণ কত?

- ক) 3 kg - wt      খ) 4 kg - wt  
 গ) 5 kg - wt      ঘ) 16 kg - wt

১৭.  $-8 - 6i$  এর বর্গমূল কোনটি?

- ক)  $\pm(1 - 3i)$       খ)  $\pm(3 - 6i)$   
 গ)  $\pm(3 - 2i)$       ঘ)  $\pm(2 + 2i)$

১৮.  $a, b \in \mathbb{R}$  হলে—

- i.  $|a| \geq a$   
 ii.  $|a - b| \leq |a| + |b|$   
 iii.  $|a + b| \leq |a| + |b|$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii      খ) i ও iii  
 গ) ii ও iii      ঘ) i, ii ও iii

১৯.  $\frac{(i+1)^2}{(i-1)^4}$  এর আর্গুমেন্ট কত?

- ক)  $\pi$       খ)  $-\pi$       গ)  $-\frac{\pi}{2}$       ঘ)  $\frac{\pi}{2}$

২০. দুইটি সমান বল কোন একটি কণার উপর ক্রিয়ারত। এদের লম্বির বর্গ বল দুইটির গুণফলের তিনগুণের সমান হলে বল দুইটির অন্তর্গত কোণ কোনটি?

- ক)  $60^\circ$       খ)  $120^\circ$       গ)  $90^\circ$       ঘ)  $\cos^{-1}\frac{7}{2}$

২১. একজন সাইকেল চালক সোজা পথে 3 ঘণ্টায় 30 কি. মি. যাওয়ার পর প্রথম রাস্তার সাথে লম্বভাবে অপর একটি পথে 8 কি. মি./ঘণ্টা বেগে 5 ঘণ্টা চলল। তার গড়বেগ কত?

- ক)  $6\frac{1}{4}$  km/h      খ)  $8\frac{3}{4}$  km/h  
 গ)  $3\frac{3}{4}$  km/h      ঘ) 6 km/h

২২. উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্র অক্ষের অর্ধেক। উৎকেন্দ্রিকতা কত?

- ক)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       খ)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       গ)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       ঘ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

২৩. একটি প্রক্ষেপক 21 মি./সে. বেগে এবং অনুভূমির সাথে  $30^\circ$  কোণে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলো। এর পাল্লা কত?

- ক) 38.97 মি.      খ) 19.48 মি.  
 গ) 0.38 মি.      ঘ) 0.54 মি.

২৪.  $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$  একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ—

- i. অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু  $(0, \pm\sqrt{2})$   
 ii. উপকেন্দ্র  $(0, \pm\sqrt{3})$

- iii. দিকাক্ষদ্বয়ের সমীকরণ  $x = \pm\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii      খ) ii ও iii  
 গ) i ও iii      ঘ) i, ii ও iii

২৫. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে সরলপথে চলে 3 সেকেন্ডে 2 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে এবং পরবর্তী কিছু দূরত্ব সমবেগে যায়। প্রথম 3 সেকেন্ড পরে কণাটির বেগ কত?

- ক)  $\frac{1}{3}$  m/sec      খ)  $\frac{4}{3}$  m/sec  
 গ)  $\frac{2}{3}$  m/sec      ঘ)  $\frac{1}{4}$  m/sec