

বিষয় : উচ্চতর গণিত ১ম পত্র (সৃজনশীল)

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

পূর্ণমান—৫০

(প্রত্যেক বিভাগ থেকে কমপক্ষে ২টি করে মোট ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে)

ক-বিভাগ

১. একটি দোকানে পর পর তিন দিনের পদার্থবিজ্ঞান, রসায়ন ও গণিত বিষয়ে বই বিক্রয়ের হিসাব নিম্নরূপ :

দিন	পদার্থবিজ্ঞান	রসায়ন	গণিত
প্রথম দিন	x খানা	y খানা	z খানা
দ্বিতীয় দিন	x^2 খানা	y^2 খানা	z^2 খানা
তৃতীয় দিন	(x^3-1) খানা	(y^3-1) খানা	(z^3-1) খানা

পদার্থবিজ্ঞান, রসায়ন ও গণিত বিষয়ের প্রতিখানা বই বিক্রয়ের লাভ যথাক্রমে 5 টাকা 7 টাকা 4 টাকা। বিক্রয় ম্যাট্রিক্সকে A দ্বারা প্রকাশ করা হল।

ক. $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ হলে $C^2 - 1$ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\frac{|A|}{(xyz-1)} = (x-y)(y-z)(z-x)$. ৪

গ. যদি $x = 2$, $y = 5$, $z = 4$ হয় এবং যদি অপর একটি দোকান একই পরিমাণ বই বিক্রয় করে প্রতিখানা বই থেকে 2 টাকা করে বেশী লাভ করে, তবে ম্যাট্রিক্স এর সাহায্যে দুই দোকানে লাভের তুলনা কর। ৪

২. BAF SHAHEEN কলেজের জনৈক একজন PROFESSOR ক্লাসে শিক্ষার্থীদের উপদেশ দিলেন উন্নত জাতি গঠনের জন্য 'PROPER EDUCATION' বাধ্যতামূলক। °

ক. 'SHAHEEN' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে বিন্যাস করা যায় তা নির্ণয় কর। ২

খ. 'EDUCATION' শব্দটির স্বরবর্ণগুলিকে একত্রে না রেখে কতভাবে বিন্যাস করা যায় তা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, 'PROPER' শব্দটি থেকে প্রতিবারে চারটি করে বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায় তা PROFESSOR শব্দটির পুনরাবৃত্ত বর্ণগুলি বাদে বাকি বর্ণগুলি দ্বারা গঠিত বিন্যাস সংখ্যার 17 গুণ। ৪

৩. তোমাদের কলেজের গণিত বিষয়ের একজন শিক্ষক ক্লাসে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করলেন দুইটি সরলরেখা কখন লম্ব হয়। একজন শিক্ষার্থী দাড়িয়ে সঠিক উত্তর দিল। অতঃপর শিক্ষক শ্রেণিতে $L_1 : x \cos \theta + y \sin \theta = p$ (রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে) ও $L_2 : x + 7y + 5 = 0$ সরলরেখা দুইটির উপর বিশ্লেষণ মূলক বাড়ির কাজ দিলেন।

ক. $ax + 3y + 1 = 0$ ও $2x - 3y + 2 = 0$ সরলরেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হওয়ার শর্ত নির্ণয় কর। ২

খ. θ -কে পরিবর্তনশীল ধরে AB -এর মধ্যবিন্দুর সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\theta = 45^\circ$ এবং $p = 2\sqrt{2}$ হয়, তবে দেখাও যে, L_1 ও L_2 রেখাদ্বয়ের অন্তর্বর্তী কোণের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব। ৪

৪. $x = a(\cos \theta - 1)$ এবং $y = a(\sin \theta + 1)$ দ্বারা একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে।

ক. $(1, 3)$ বিন্দু হতে $2x^2 + 2y^2 - 5x = 0$ বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. $a = \frac{1}{2}$ হলে প্রমাণ কর যে বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে। ৪

খ-বিভাগ

৫. $f(x) = \sin x$ এবং $g(x) = \tan x$.

ক. সকাল 6:45 ঘটিকায় ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত ঘর তা নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\frac{1}{f(\theta)} + \frac{1}{g(\theta)} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$. ৪

গ. $-\pi \leq x \leq \pi$ ব্যবধির মধ্যে $y = f(2x)$ ফাংশনটির লেখচিত্র হতে বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর। ৪

৬. ΔABC -এর কোণগুলি যথাক্রমে A, B, C এবং বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b, c .

ক. $\tan 15^\circ$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$. ৪

গ. $a = \sqrt{3} + 1, b = \sqrt{3} - 1$ এবং $C = 60^\circ$ হলে ত্রিভুজটি সমাধান কর। ৪

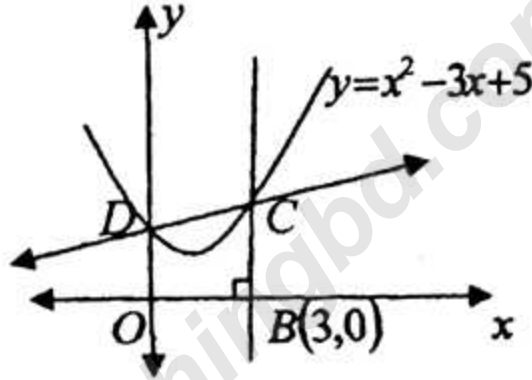
৭. দুই বন্ধুর ১টি খামার আছে। প্রতিদিনে খামারটির ব্যয় ফাংশন $f(x) = x^3 - 3x^2 + 18x$ এবং আয় ফাংশন $g(x) = 6x^2 + 18x$, যেখানে x উৎপাদিত এককের সংখ্যা নির্দেশ করে এবং প্রতি একক উৎপাদনে লাভ 500 টাকা ধরা হল।

ক. $\lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta}{\delta x} (\ln x \cdot \sin 2x)$ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f(x)$ একটি ক্রমবর্ধমান ফাংশন। ৪

গ. খামারটির সর্বোচ্চ উৎপাদনে প্রতি দিনে কত টাকা লাভ হবে তা নির্ণয় কর। ৪

৮. শিক্ষক ক্লাসে সমাকলনের বাস্তব প্রয়োগ সম্পর্কে আলোচনা করলেন। তিনি পার্শ্বের চিত্রের সাহায্যে দেখালেন, $y = x^2 - 3x + 5$ বক্ররেখাটি y অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে এবং BD রেখাকে D বিন্দুতে ছেদ করে। অতঃপর তিনি $\phi(x) = x \tan^{-1} x$ ফাংশনটির লেখচিত্র অংকনের জন্য শিক্ষার্থীদের বাড়ির কাজ দিলেন।



ক. $\int \frac{\tan(\sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$ নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{d}{dx} \{f(x)\} = \phi(x)$ হলে, $f(x)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্রের দাগ কাটা অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অধীক্ষার উত্তরপত্রের প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বলপয়েস্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১]

১. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix}$ হলে, $x =$ কত?
ক) 5 খ) 4 গ) -2 ঘ) -4
২. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ হলে—
i. A একটি কর্ণ ম্যাট্রিক্স ii. A একটি স্কেলার ম্যাট্রিক্স
iii. A একটি অভেদক ম্যাট্রিক্স
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
৩. $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ কত?
ক) $\frac{5}{7}$ খ) $\frac{7}{8}$ গ) $\frac{8}{7}$ ঘ) $\frac{5}{8}$
৪. A(2, 7, 4) এবং B(1, 2, 3) দুইটি বিন্দু।
i. A-বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= 2\hat{i} + 7\hat{j} + 4\hat{k}$
ii. \vec{OB} বরাবর একক ভেক্টর $= \frac{1}{\sqrt{14}}(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$
iii. \vec{OB} এর উপর \vec{OA} এর অভিক্ষেপ $= 2$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
নিচের তথ্যের আলোকে ৫, ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $\vec{A} = \hat{j} + \hat{j} + \hat{k}$ ও $\vec{B} = \sqrt{3}\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ দুইটি ভেক্টর.
৫. $\vec{A} \cdot \vec{B}$ -এর মান কত?
ক) $1 - \sqrt{3}$ খ) $\sqrt{3}$ গ) $1 + \sqrt{3}$ ঘ) 3
৬. \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ কত?
ক) $\cos^{-1}\left(\frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)$ খ) $\cos^{-1}\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)$
গ) $\cos^{-1}\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{6}\right)$ ঘ) $\cos^{-1}\left(\frac{1 - \sqrt{3}}{6}\right)$
৭. \vec{A} ও \vec{B} কোন ত্রিভুজের সন্নিহিত বাহু হলে, উহার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
ক) $\frac{1}{2}\sqrt{22 - \sqrt{3}}$ খ) $\frac{1}{2}\sqrt{22 + \sqrt{3}}$
গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{22 - \sqrt{3}}$ ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{22 + \sqrt{3}}$
৮. y-অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, a এর মান কত?
ক) $\frac{25}{7}$ খ) $\frac{5}{7}$ গ) $\frac{31}{7}$ ঘ) $\frac{29}{7}$
৯. $3x + 2y + 5 = 0$ এবং $ax - 4y + 7 = 0$ রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হলে a এর মান কত?
ক) 4 খ) $\frac{8}{3}$ গ) $\frac{8}{5}$ ঘ) 6
১০. (2, 1) এবং (6, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার লম্ব দ্বিখন্ডকের সমীকরণ কোনটি?
ক) $2x + y = 10$ খ) $2x - y = 8$
গ) $x + 2y = 10$ ঘ) $x - 2y = 6$
১১. $(\sqrt{3}, 1)$ এর পোলার স্থানাংক কত?
ক) $(2, \frac{\pi}{4})$ খ) $(2, \frac{\pi}{6})$
গ) $(1, \frac{\pi}{3})$ ঘ) $(2, \frac{\pi}{3})$
১২. (-4, 3) এবং (12, -1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?
ক) $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 51 = 0$
খ) $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 51 = 0$
গ) $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 51 = 0$
ঘ) $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$
নিচের তথ্যের আলোকে ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + 8 = 0$ একটি বৃত্তের সমীকরণ।
১৩. বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাংক কত?
ক) (4, 5) খ) $(2, \frac{5}{2})$ গ) $(2, \frac{5}{4})$ ঘ) (2, 5)
১৪. বৃত্তটির ব্যাস কত?
ক) $\frac{5}{2}$ খ) $\frac{5}{4}$
গ) $\frac{2}{5}$ ঘ) $\frac{5}{4}$
১৫. একটি বৃত্তকলার ক্ষেত্রে উৎপন্ন কোণ 45° এবং বৃত্তটির ব্যাস 12 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ক) $\frac{3\pi}{5}$ খ) $\frac{9\pi}{2}$
গ) $\frac{3\pi}{4}$ ঘ) $\frac{2\pi}{3}$
১৬. $\sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B = 1$ এবং $A = 30^\circ$ হলে, $B = ?$
ক) 30° খ) 45°
গ) 60° ঘ) 90°
১৭. $\tan A = \frac{a}{b}$ হলে, $\sin 2A = ?$
ক) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ খ) $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ গ) $\frac{2ab}{a^2 + b^2}$ ঘ) $\frac{2ab}{a^2 - b^2}$

১৮. $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং θ সূক্ষকোণ হলে—

i. $\sin\theta = \frac{5}{13}$

ii. $\cos\theta = -\frac{12}{13}$

iii. $\sec\theta + \tan\theta = \frac{3}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উদ্দীপকের আলোকে ১৯, ২০ ও ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$f \in \mathbb{R}$, $g \in \mathbb{R}$ এবং $f(x) = x^2 - 2$, $g(x) = x + 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

১৯. $f \circ g(x)$ -এর মান কত?

- ক $x^2 + 9x + 7$ খ $x^2 + 1$
গ $x^2 - 9x + 7$ ঘ $x^2 + 2x + 3$

২০. $f \circ g(-2) = ?$

- ক 7 খ 18
গ -11 ঘ -7

২১. $f^{-1}(7) = ?$

- ক ± 7 খ ± 3
গ 3 ঘ 7

২২. $f(\theta) = \cos\theta - \sin\theta$ এবং $f(\theta) = 0$ হলে, $\theta = ?$

- ক $-\frac{\pi}{4}$ খ $-\frac{\pi}{3}$ গ $\frac{\pi}{4}$ ঘ $\frac{\pi}{3}$

২৩. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 7^{n+1}}{5^n - 7^n}$ এর মান কত?

- ক $\frac{1}{5}$ খ -5 গ $\frac{1}{7}$ ঘ -7

২৪. x -এর কোন মানের জন্য $y = x + \frac{1}{x}$ বক্ররেখার ঢাল শূন্য হবে?

- ক $\pm \frac{3}{2}$ খ $\pm \frac{5}{2}$ গ ± 2 ঘ ± 1

২৫. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ এর মান কত?

- ক $\sin^{-1}x - \sqrt{1-x^2} + c$ খ $\sqrt{1-x^2} + c$
গ $\sin^{-1}x + c$ ঘ $\sin^{-1}x + \sqrt{1-x^2} + c$